

Astrofizyka z elementami kosmologii

Temat 05: Układy współrzędnych, skale czasu

Tadeusz Jan Jopek
jopek@amu.edu.pl

Tel. 061 829 2778
Kom. 607 737 620

Rok Akademicki 2008-2009

(Uaktualniono 2009.04.21)

Plan wykładu

- I Sfera niebieska: koncepcja, elementy geometryczne na sferze
- II Współrzędne punktów na sferze
- III Klasyfikacja astronomicznych układów współrzędnych
- IV Astronomiczne układy współrzędnych
- V Skale czasu
- VI Wektorowe przeliczenia współrzędnych ciał niebieskich

Part I

Sfera niebieska: koncepcja, elementy geometryczne na sferze

1 Wstęp

- Koncepcja sfery niebieskiej: źródło
- Koncepcja sfery niebieskiej: zastosowanie
- Definicja sfery

2 Elementy geometryczne na sferze

- Koło wielkie, koło małe, bieguny kół
- Dwukąt sferyczny, kąt sferyczny, trójkąt sferyczny
- Długości łuków na sferze

Koncepcja sfery niebieskiej (1)

Źródło koncepcji

Do koncepcji niebieskiej sfery doprowadzają nas następujące spostrzeżenia:



- wygląd rozgwieżdżonego nocnego nieba,
- nie potrafimy rozróżnić, które obiekty są nas bliżej, a które dalej,
- ruch dobowy gwiazd przebiega tak, jak gdyby były one na sztywno przymocowane do niewidocznej sfery.

Koncepcja sfery niebieskiej (1)

Źródło koncepcji

Do koncepcji niebieskiej sfery doprowadzają nas następujące spostrzeżenia:



- wygląd rozgwieżdżonego nocnego nieba,
- nie potrafimy rozróżnić, które obiekty są nas bliżej, a które dalej,
- ruch dobowy gwiazd przebiega tak, jak gdyby były one na sztywno przymocowane do niewidocznej sfery.

Koncepcja sfery niebieskiej (1)

Źródło koncepcji

Do koncepcji niebieskiej sfery doprowadzają nas następujące spostrzeżenia:



- wygląd rozgwieżdżonego nocnego nieba,
- nie potrafimy rozróżnić, które obiekty są nas bliżej, a które dalej,
- ruch dobowy gwiazd przebiega tak, jak gdyby były one na sztywno przymocowane do niewidocznej sfery.

► Powiększenie

Koncepcja sfery niebieskiej (2)

Zastosowanie: wyznaczanie położenia ciał niebieskich

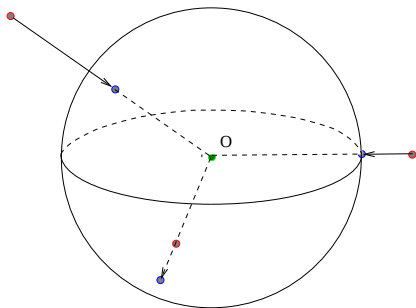


Figure: Rzutowanie gwiazd na sferę niebieską.

W celu wyznaczenia położenia ciała niebieskiego (kierunku propagacji promieniowania E-H) wygodnie jest przyjąć, że:

- kierunek do rzeczywistego obiektu jest identyczny z kierunkiem do jego **rzutu** położonego na sferze niebieskiej,
- obserwator znajduje się w **środku** sfery niebieskiej,
- promień sfery wynosi 1 w dowolnych jednostkach.

Koncepcja sfery niebieskiej (2)

Zastosowanie: wyznaczanie położenia ciał niebieskich

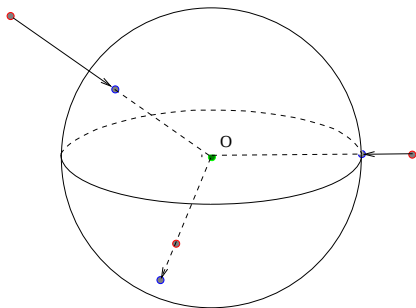


Figure: Rzutowanie gwiazd na sferę niebieską.

W celu wyznaczenia położenia ciała niebieskiego (kierunku propagacji promieniowania E-H) wygodnie jest przyjąć, że:

- kierunek do rzeczywistego obiektu jest identyczny z kierunkiem do jego **rzutu** położonego na sferze niebieskiej,
- obserwator znajduje się w środku sfery niebieskiej,
- promień sfery wynosi 1 w dowolnych jednostkach.

Koncepcja sfery niebieskiej (2)

Zastosowanie: wyznaczanie położenia ciał niebieskich

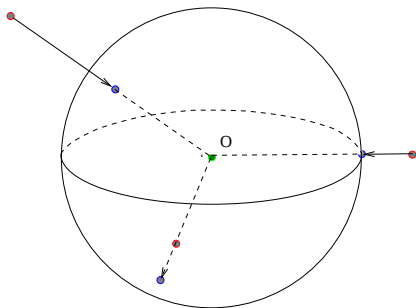


Figure: Rzutowanie gwiazd na sferę niebieską.

W celu wyznaczenia położenia ciała niebieskiego (kierunku propagacji promieniowania E-H) wygodnie jest przyjąć, że:

- kierunek do rzeczywistego obiektu jest identyczny z kierunkiem do jego **rzutu** położonego na sferze niebieskiej,
- obserwator znajduje się w środku sfery niebieskiej,
- promień sfery wynosi 1 w dowolnych jednostkach.

Definicja sfery niebieskiej

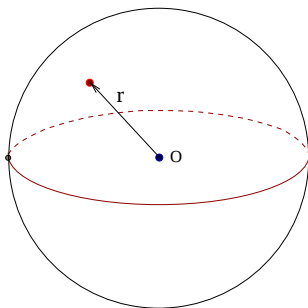


Figure: Jednostkowa sfera o środku w O.

Definicja

Sfera jest to powierzchnia, której punkty są równo odległe od punktu wspólnego zwanego środkiem sfery. Wektory punktów położonych na powierzchni sfery spełniają równanie:

$$\mathbf{r}^T \mathbf{r} = 1$$

gdzie: $\mathbf{r}$ oznacza wektor jednostkowy o początku w środku sfery.

Koło wielkie

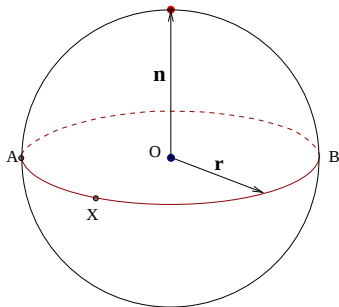


Figure: Koło wielkie AX.

Definicja

Przecięcie sfery płaszczyzną przechodzącą przez środek sfery jest **kołem wielkim**.

Wektory punktów koła wielkiego spełniają równanie:

$$\mathbf{n}^T \mathbf{r} = 0 \quad (1)$$

gdzie: wektor jednostkowy $\mathbf{n}$ wskazuje jeden z biegunów koła wielkiego, natomiast wektor $\mathbf{r}$ przebiega punkty koła wielkiego.

Bieguny koła wielkiego

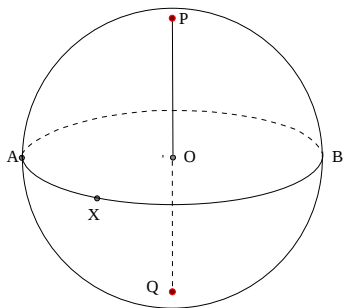


Figure: Koło wielkie i jego bieguny PQ .

Definicja

Końce średnicy prostopadłej do koła wielkiego nazywane są **biegunami koła wielkiego**. Np. biegunami koła wielkiego AX są punkty P i Q .

Przez bieguny P, Q można wykreślić nieskończenie wiele kół wielkich.

Dwa punkty sfery, które nie są punktami biegunowymi, np. A i X , wyznaczają jedno koło wielkie bowiem łącznie ze środkiem sfery (punktem O) jednoznacznie określają płaszczyznę, której przecięcie ze sferą jest kołem wielkim.

Koło małe

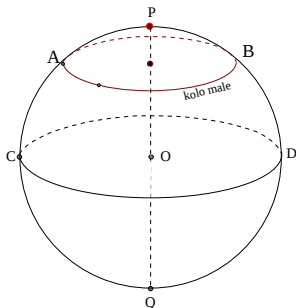


Figure: Koło małe AB i jego bieguny PQ.

Definicja

Przecięcie sfery płaszczyzną nie przechodzącą przez środek sfery jest okręgiem, tradycyjnie zwanym **kołem małym**.

Jego bieguny P i Q są punktami skrajnymi średnicy sfery prostopadłej do płaszczyzny koła małego.

Promień koła małego jest zawsze mniejszy od promienia sfery.

Dwukąt sferyczny

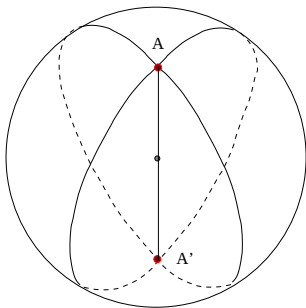


Figure: Dwukąty sferyczne.

Definicja

Przecięcie sfery dwoma kołami wielkimi wyznacza cztery obszary (powierzchnie) zwane **dwukątami sferycznymi**.

Dwukąt sferyczny określony jest **kątem sferycznym**, np. kątem A .

Pole powierzchni dwukąta można obliczyć ze wzoru

$$S = 2r^2 A$$

gdzie A podany jest w radianach.

Kąt sferyczny

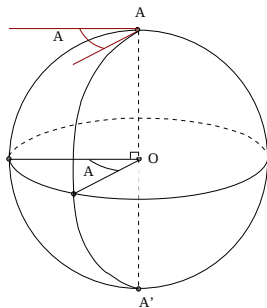


Figure: Kąt sferyczny A.

Definicja

Kąt liniowy pomiędzy płaszczyznami kół wielkich jest **kątem sferycznym**.

Jest on identyczny z kątem pomiędzy stycznymi wystawionymi w punkcie wzajemnego przecięcia się kół wielkich.

Trójkąt sferyczny

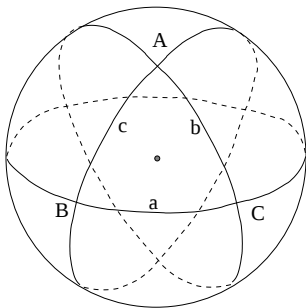


Figure: Trójkąty sferyczne.

Definicja

Trzy koła wielkie tworzą na sferze osiem obszarów zwanych **trójkątami sferycznymi**.

Gdy dostępne są elementy jednego z tych trójkątów (trzy boki (łuki) a, b, c oraz kąty wewnętrzne A, B, C), można łatwo wyznaczyć elementy wszystkich pozostałych trójkątów.

Dla ciekawych

A na ile obszarów podzieli sferę n kół wielkich?

Trójkąt sferyczny

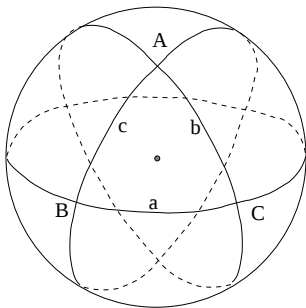


Figure: Trójkąty sferyczne.

Definicja

Trzy koła wielkie tworzą na sferze osiem obszarów zwanych **trójkątami sferycznymi**.

Gdy dostępne są elementy jednego z tych trójkątów (trzy boki (łuki) a, b, c oraz kąty wewnętrzne A, B, C), można łatwo wyznaczyć elementy wszystkich pozostałych trójkątów.

Dla ciekawych

A na ile obszarów podzieli sferę n kół wielkich?

Trójkąt sferyczny paralaktyczny: własności (1)

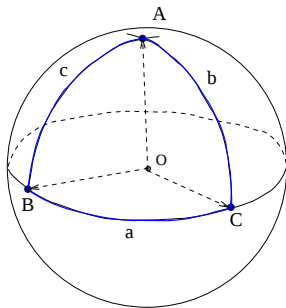


Figure: Trójkąt sferyczny ABC, paralaktyczny (eulerowski). Wszystkie boki a, b, c trójkąta paralaktycznego są mniejsze od π .

Definicja

Dla dowolnego z boków a, b, c i kątów sferycznych A, B, C mamy:

$$a < b + c$$

$$a > |b - c|$$

$$\pi < A + B + C < 3\pi$$

Trójkąt płaski posiada tylko jeden kąt prosty, trójkąt sferyczny niekoniecznie, może mieć ich dwa a nawet trzy.

Trójkąt sferyczny: własności (2)

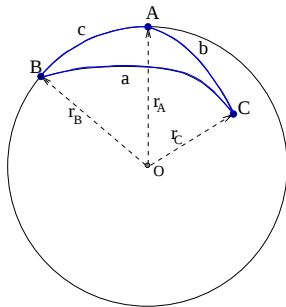


Figure: Trójkąt paralaktyczny ABC.

Definicja

Różnica

$$(A + B + C) - \pi = \varepsilon$$

jest **nadmiarem sferycznym**.

Pole powierzchni trójkąta sferycznego wynosi

$$S = r^2 \varepsilon$$

gdzie r jest promieniem sfery, a kąt ε podano w radianach.

Długość łuku koła wielkiego

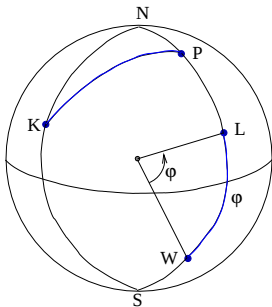


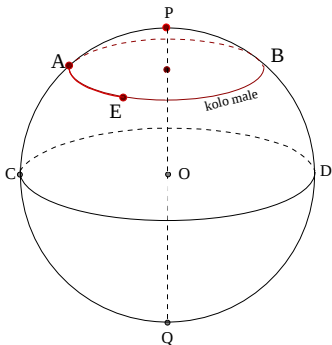
Figure: Ortodromy LW, KP — linie geodezyjne na sferze.

Ortodroma

Na punktach L , W rozpięte są dwa łuki koła wielkiego, mniejszy z nich to **linia geodezyjna (ortodroma)**. Jest to najkrótsza krzywa łącząca na sferze punkty L i W .

Linie geodezyjne pełnią na sferze rolę taką jak linie proste w geometrii euklidesowej.

Ponieważ promień sfery niebieskiej $r = 1$, to długość łuku LW koła wielkiego równa jest kątowi środkowemu ϕ (w radianach) jaki ten łuk rozpina względem środka sfery.

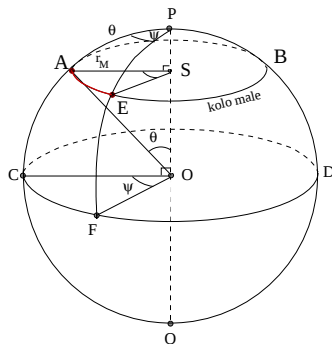


Izogona

Na punktach A , E rozpięte są dwa łuki koła małego. Krótszy z nich, tzw. **izogona** ma długość AE daną formułą:

$$\begin{aligned} AS &= AO \cdot \sin AOS \\ r_M &= \sin \theta \\ AE &= r_M \cdot ASE = \psi \sin \theta \end{aligned} \quad (2)$$

Długość łuku koła małego



Izogona

Na punktach A, E rozpięte są dwa łuki koła małego. Krótszy z nich, tzw. **izogona** ma długość AE daną formułą:

$$\begin{aligned} AS &= AO \cdot \sin \theta \\ r_M &= \sin \theta \\ AE &= r_M \cdot \psi = \psi \sin \theta \end{aligned} \quad (2)$$

Part II

Współrzędne punktów na sferze.

3 Położenia ciał niebieskich na sferze

- Współrzędne prostokątne ciał niebieskich
- Współrzędne sferyczne.
- Współrzędne sferyczne i prostokątnych.

Położenie punktów w przestrzeni (1)

Triada

Niech dana jest trójwymiarowa przestrzeń euklidesowa, a w niej układ osi współrzędnych (x, y, z) rozpięty na trójce wersorów $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$.

Niech między wersorami spełnione będą następujące zależności:

$$\begin{aligned}\mathbf{i} &= \mathbf{j} \times \mathbf{k} \\ \mathbf{j} &= \mathbf{k} \times \mathbf{i} \\ \mathbf{k} &= \mathbf{i} \times \mathbf{j}\end{aligned}\tag{3}$$

$$\mathbf{i}^T \mathbf{i} = \mathbf{j}^T \mathbf{j} = \mathbf{k}^T \mathbf{k} = 1$$

Trójkę $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ możemy ująć w formie macierzy 3×3 zwanej **triadą** $\mathbf{R}$

$$\mathbf{R} = [\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}]\tag{4}$$

Jej elementy są cosinusami kierunkowymi kierunków $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$.

Położenie punktów w przestrzeni (2)

Triada ortogonalna

Transpozycja triady $\mathbf{R}$ ma postać

$$\mathbf{R}^T = [\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{i}^T \\ \mathbf{j}^T \\ \mathbf{k}^T \end{bmatrix} \quad (5)$$

Iloczyn

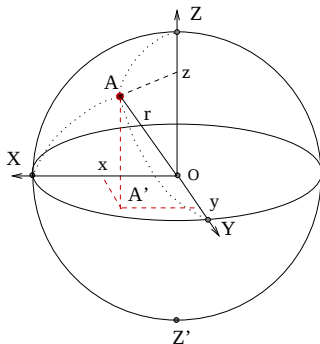
$$\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}^T \mathbf{i} & \mathbf{i}^T \mathbf{j} & \mathbf{i}^T \mathbf{k} \\ \mathbf{j}^T \mathbf{i} & \mathbf{j}^T \mathbf{j} & \mathbf{j}^T \mathbf{k} \\ \mathbf{k}^T \mathbf{i} & \mathbf{k}^T \mathbf{j} & \mathbf{k}^T \mathbf{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Co pociąga

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$$

czyli triada $\mathbf{R}$ jest macierzą ortogonalną.

Położenie punktów w przestrzeni (3)



Wektor położenia

Stwierdzenie, że wektor $\mathbf{r}$ opisuje położenie punktu A oznacza, że znane są jego składowe (x, y, z) , trzy liczby wyznaczone względem pewnej triady $\mathbf{R}$. Zwięźle wyrażamy to za pomocą zapisu

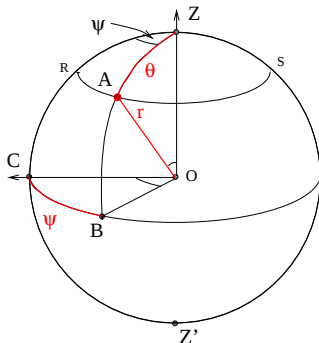
$$\mathbf{r} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = x \cdot \mathbf{i} + y \cdot \mathbf{j} + z \cdot \mathbf{k} \quad (7)$$

Dla sfery jednostkowej prawdziwy jest związek

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad (8)$$

zatem, w celu ustalenia położenia ciała niebieskiego wystarczy posłużyć się dwiema liczbami.

Polożenie punktów na sferze (1)

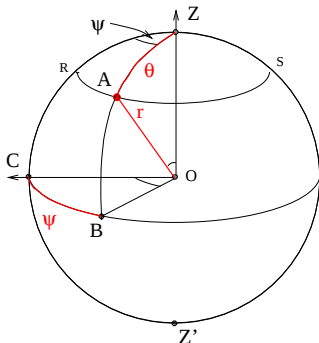


Współrzędne sferyczne (1)

Astronomowie lubią posługiwać się współrzędnymi sferycznymi (r, θ, ψ) , bliższymi intuicyjnemu wyczuciu kierunku do punktu A:

- $r = OA = 1$ jest **współrzędną radialną** punktu A,
- θ jest **współrzędną polarną** punktu A, ($\theta = ZOA$),
- ψ jest **współrzędną azymutalną** punktu A równą kątowi sferycznemu pomiędzy płaszczyznami ZOB i ZOC .

Polożenia punktów na sferze (2)



Współrzędne sferyczne (2)

Ponieważ $r = 1$, zatem położenie ciała na sferze w pełni wyznaczają dwie współrzędne kątowe (ψ, θ) .

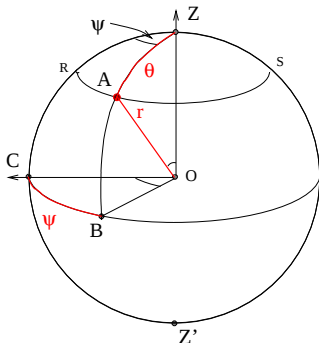
Dla ustalenia położenia punktów na całej sferze, wystarczy jeśli współrzędne (ψ, θ) przyjmą wartości należące do dziedziny

$$\begin{aligned} 0 &\leq \theta \leq \pi \\ 0 &\leq \psi \leq 2\pi \end{aligned} \quad (9)$$

Uwaga!

A w jaki sposób za pomocą współrzędnych (θ, ψ) należałoby określić położenie punktów Z, Z' ?

Polożenia punktów na sferze (2)



Współrzędne sferyczne (2)

Ponieważ $r = 1$, zatem położenie ciała na sferze w pełni wyznaczają dwie współrzędne kątowe (ψ, θ) .

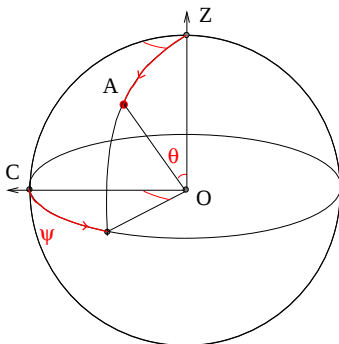
Dla ustalenia położenia punktów na całej sferze, wystarczy jeśli współrzędne (ψ, θ) przyjmą wartości należące do dziedziny

$$\begin{aligned} 0 &\leq \theta \leq \pi \\ 0 &\leq \psi \leq 2\pi \end{aligned} \quad (9)$$

Uwaga!

A w jaki sposób za pomocą współrzędnych (θ, ψ) należałoby określić położenie punktów Z, Z' ?

Polożenie punktów na sferze (3)

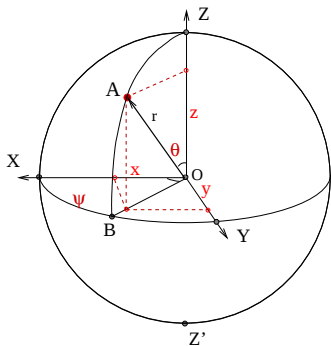


Układ współrzędnych sferycznych

W celu zdefiniowania **jakiegokolwiek** układu współrzędnych sferycznych należy:

- dokonać wyboru bieguna Z , względem którego mierzona jest współrzędna — kąt polarny θ ,
- dokonać wyboru koła wielkiego ZC pełniącego rolę płaszczyzny odniesienia, względem której mierzony jest dwuścienny kąt azymutalny ψ .
- ustalić skrętność układu,
- ustalić jednostki miary i dziedzinę wartości kątów θ i ψ .

Układy współrzędnych sferycznych i prostokątnych

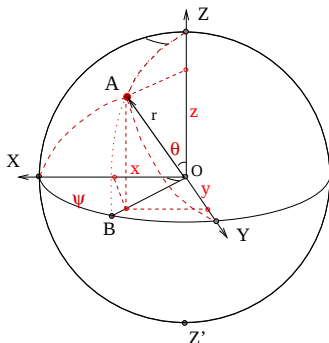


Każdy układ współrzędnych sferycznych ma odpowiednik prostokątny:

- oś Z przechodzi przez biegun układu sferycznego,
- oś X leży w płaszczyźnie koła odniesienia współrzędnej azymutalnej ψ ,
- oś Y dobrana jest tak by zapewnić zgodność skrętności obu układów.

W praktyce wykorzystane są współrzędne sferyczne jak i prostokątne. Podejście sferyczne jest zwykle oszczędniejsze rachunkowo, podejście wektorowe jest ogólniejsze i eleganckie.

Przemiany współrzędnych sferycznych i prostokątnych

Związki $(xyz) \leftrightarrow (r, \theta, \psi)$

Składowe (x, y, z) są cosinusami kierunkowymi odcinka OA względem osi X, Y, Z

$$\begin{aligned} x &= \cos XA \\ y &= \cos YA \\ z &= \cos ZA \end{aligned} \quad (10)$$

Dla współrzędnych x, y, z oraz ψ, θ tego samego punktu A mamy związki

$$\begin{aligned} x &= \sin \theta \cos \psi \\ y &= \sin \theta \sin \psi \\ z &= \cos \theta \end{aligned} \quad (11)$$

Part III

Klasyfikacja astronomicznych układów współrzędnych.

4 Wstęp

5 Dygresja.

- Współrzędne sferyczne na powierzchni Ziemi

Klasyfikacja układów współrzędnych (1)

Definicja

Układ współrzędnych definiujemy poprzez wybór bieguna współrzędnej polarnej ϕ oraz płaszczyzny odniesienia współrzędnej azymutalnej ψ . Ale nie do końca, potrzeba jeszcze umiejscowienia początku układu, identycznego ze środkiem sfery. Wyróżniamy tu:

- układ współrzędnych **topocentrycznych**, o początku na powierzchni Ziemi,
- układ współrzędnych **geocentrycznych**, o początku w środku masy Ziemi,
- układ **heliocentryczny**, o początku w centrum Słońca,
- układ **barycentryczny**, o początku w barycentrum Układu Słonecznego,
- układ **lunocentryczny**, o początku w centrum Księżyca,
- układ **galaktocentryczny**, o początku w środku mas Galaktyki,
-

Klasyfikacja układów współrzędnych (2)

Definicja

W każdym z tych początków można dokonać wyboru bieguna układu i płaszczyzny odniesienia i w rezultacie otrzymać:

- układ horyzontalny,
- układ godzinny,
- układ równikowy,
- układ ekliptyczny,
- układ galaktyczny.

Każdy układ współrzędnych sferycznych może być zastąpiony przez jego prostokątny ekwiwalent (odpowiednio lewo lub prawo skrętny).

Klasyfikacja układów współrzędnych (2)

Definicja

Układy współrzędnych wykorzystywane są zależnie od potrzeby, np.:

- katalogi zestawiane są we współrzędnych równikowych,
 - ustawę teleskopu przygotowuje się w układzie horyzontalnym lub godzinnym,
 - ruch ciał Układu Słonecznego dogodnie jest badać w układzie ekliptycznym,
 - etc.
-
- Wobec takiej różnorodności, w celu ułatwienia astronomom współpracy koniecznym było wprowadzenie pewnych standardów.

Klasyfikacja układów współrzędnych (2)

Definicja

Układy współrzędnych wykorzystywane są zależnie od potrzeby, np.:

- katalogi zestawiane są we współrzędnych równikowych,
 - nastawę teleskopu przygotowuje się w układzie horyzontalnym lub godzinnym,
 - ruch ciał Układu Słonecznego dogodnie jest badać w układzie ekliptycznym,
 - etc.
- Wobec takiej różnorodności, w celu ułatwienia astronomom współpracy koniecznym było wprowadzenie pewnych standardów.

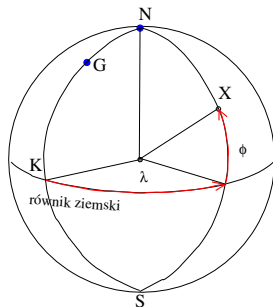
Klasyfikacja układów współrzędnych (2)

Definicja

Układy współrzędnych wykorzystywane są zależnie od potrzeby, np.:

- katalogi zestawiane są we współrzędnych równikowych,
 - nastawę teleskopu przygotowuje się w układzie horyzontalnym lub godzinnym,
 - ruch ciał Układu Słonecznego dogodnie jest badać w układzie ekliptycznym,
 - etc.
-
- Wobec takiej różnorodności, w celu ułatwienia astronomom współpracy koniecznym było wprowadzenie pewnych standardów.

Dygresja: współrzędne na powierzchni sferycznej Ziemi



Na powierzchni Ziemi położenie wyznaczone jest za pomocą pary (λ, ϕ) — długości i szerokości geograficznej. Są to współrzędne określone względem układu o:

- biegunie w północnym biegunie N ziemskiej sfery,
- płaszczyźnie odniesienia NGK pokrywającej się z płaszczyzną południka podstawowego instrumentu w Obserwatorium Greenwich.

Współrzędne λ, ϕ zdefiniowane są jako kąty:

$$\lambda = \angle GNX, \quad \phi = 90^\circ - \angle NX$$

przyjmujące wartości z przedziałów:

$$-180^\circ \leq \lambda \leq 180^\circ \quad -90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$$

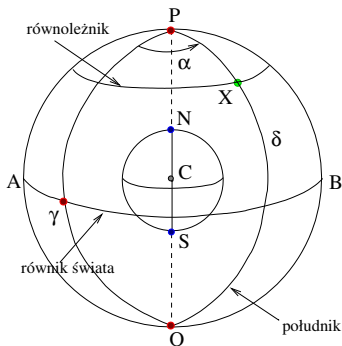
Ujemna wartość długości geograficznej dotyczy punktów położonych na zachód od Greenwich.

Part IV

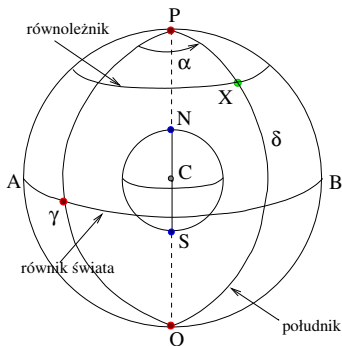
Astronomiczne układy współrzędnych.

6 Astronomiczne układy współrzędnych.

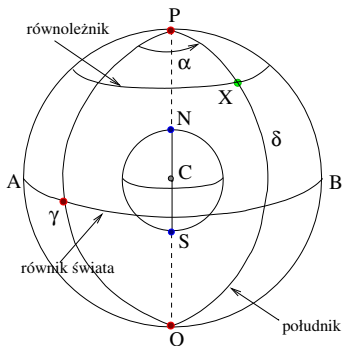
- Układ współrzędnych równikowych α, δ .
- Układ współrzędnych horyzontalnych a, h .
- Układ współrzędnych godzinnych $\mathcal{H}, \delta$.
- Dygresja: ruch dobowy sfery niebieskiej.
- Dygresja: rozwiązanie trójkąta paralaktycznego PZG .
- Współrzędne ekliptyczne



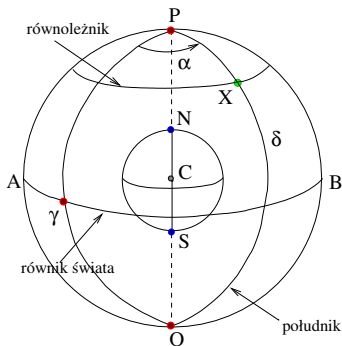
- Astronomiczny układ **współrzędnych równikowych** zdefiniowany jest w sposób bardzo podobny do omówionego wyżej dla powierzchni Ziemi.
- Rysunek ilustruje sferę niebieską oraz umieszczoną w jej wnętrzu kulę ziemską. Przedłużenie osi obrotu Ziemi NS , przebija sferę niebieską w P i Q — północnym i południowym **biegunie świata**.
- Rozciągnięta w przestrzeni płaszczyzna równika ziemskiego przecina sferę niebieską wzdłuż koła wielkiego zwanego **równikiem świata**.
- Koła małe równoległe do równika są **równoleżnikami**, a wszystkie koła wielkie przecinające się w biegunach świata są **południkami**.



- Astronomiczny układ **współrzędnych równikowych** zdefiniowany jest w sposób bardzo podobny do omówionego wyżej dla powierzchni Ziemi.
- Rysunek ilustruje sferę niebieską oraz umieszczoną w jej wnętrzu kulę ziemską. Przedłużenie osi obrotu Ziemi NS , przebija sferę niebieską w P i Q — północnym i południowym **biegunie świata**.
- Rozciągnięta w przestrzeni płaszczyzna równika ziemskiego przecina sferę niebieską wzdłuż koła wielkiego zwanego **równikiem świata**.
- Koła małe równoległe do równika są **równoleżnikami**, a wszystkie koła wielkie przecinające się w biegunach świata są **południkami**.

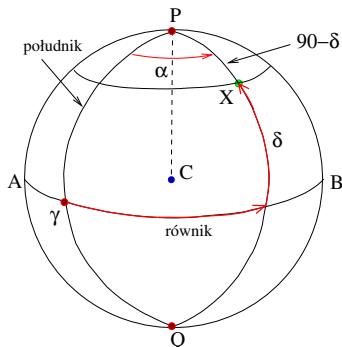


- Astronomiczny układ **współrzędnych równikowych** zdefiniowany jest w sposób bardzo podobny do omówionego wyżej dla powierzchni Ziemi.
- Rysunek ilustruje sferę niebieską oraz umieszczoną w jej wnętrzu kulę ziemską. Przedłużenie osi obrotu Ziemi NS , przebija sferę niebieską w P i Q — północnym i południowym **biegunie świata**.
- Rozciągnięta w przestrzeni płaszczyzna równika ziemskiego przecina sferę niebieską wzdłuż koła wielkiego zwanego **równikiem świata**.
- Koła małe równoległe do równika są **równoleżnikami**, a wszystkie koła wielkie przecinające się w biegunach świata są **południkami**.



- Astronomiczny układ **współrzędnych równikowych** zdefiniowany jest w sposób bardzo podobny do omówionego wyżej dla powierzchni Ziemi.
- Rysunek ilustruje sferę niebieską oraz umieszczoną w jej wnętrzu kulę ziemską. Przedłużenie osi obrotu Ziemi NS , przebija sferę niebieską w P i Q — północnym i południowym **biegunie świata**.
- Rozciągnięta w przestrzeni płaszczyzna równika ziemskiego przecina sferę niebieską wzdłuż koła wielkiego zwanego **równikiem świata**.
- Koła małe równoległe do równika są **równoleżnikami**, a wszystkie koła wielkie przecinające się w biegunach świata są **południkami**.

Układ współrzędnych równikowych (2)



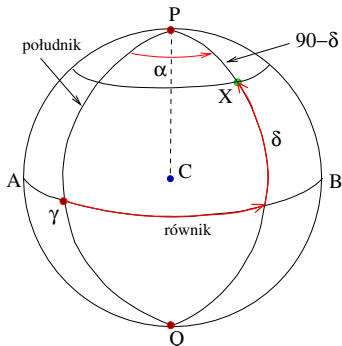
Definicja układu równikowego (1)

- biegun świata P jest biegunem układu,
- płaszczyzną odniesienia rektascensji jest płaszczyzna południka $P\Upsilon Q$,
- współrzędne równikowe punktu X definiujemy jako kąty:

$$\begin{aligned}\delta &= 90^\circ - \angle PX \\ \alpha &= \angle \Upsilon PX\end{aligned}\quad (12)$$

- **rektascensja** α mierzona jest wzdłuż równika w kierunku antyżegarowym dla obserwatora znajdującego się na północnym biegunie świata P .
- **deklinację** δ mierzymy w płaszczyźnie południka obiektu X

Układ współrzędnych równikowych (2)

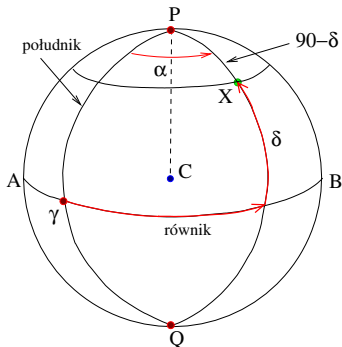


Definicja układu równikowego (1)

- biegun świata P jest biegunem układu,
- płaszczyzną odniesienia rektascensji jest płaszczyzna południka $P\Upsilon Q$,
- współrzędne równikowe punktu X definiujemy jako kąty:

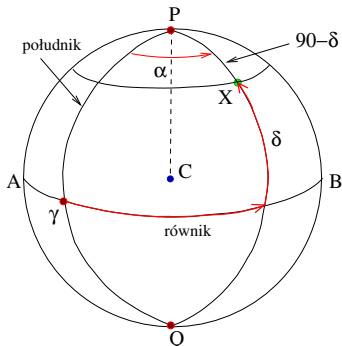
$$\begin{aligned}\delta &= 90^\circ - \angle PX \\ \alpha &= \angle PX\end{aligned}\quad (12)$$

- **rektascensja** α mierzona jest wzdłuż równika w kierunku antyżegarowym dla obserwatora znajdującego się na północnym biegunie świata P .
- **deklinację** δ mierzymy w płaszczyźnie południka obiektu X



- **rektascensja** α mierzona jest wzdłuż równika w kierunku antyżegarowym dla obserwatora znajdującego się na północnym biegunie świata P .
- **deklinację** δ mierzymy w płaszczyźnie południka obiektu X

Układ współrzędnych równikowych (3)



Definicja układu równikowego (2)

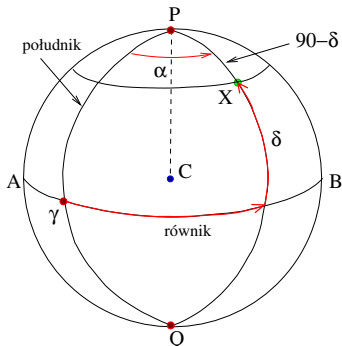
- współrzędne α, δ przyjmują wartości z przedziałów:

$$\begin{aligned} -90^\circ &\leq \delta \leq 90^\circ \\ 0^\circ &\leq \alpha \leq 360^\circ \end{aligned} \quad (13)$$

- tradycyjną miarą rektascensji są jednostki czasu a nie stopnie. Pamiętając, że $24^h = 360^\circ$, mamy między nimi zależności:

$$\begin{aligned} 1^h &= 15^\circ & 1^\circ &= 4^m \\ 1^m &= 15' & 1' &= 4^s \\ 1^s &= 15'' & 1'' &= 1/15^s \end{aligned} \quad (14)$$

Układ współrzędnych równikowych (3)



Definicja układu równikowego (2)

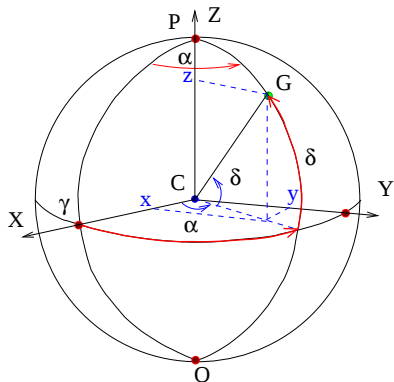
- współrzędne α, δ przyjmują wartości z przedziałów:

$$\begin{aligned} -90^\circ &\leq \delta \leq 90^\circ \\ 0^\circ &\leq \alpha \leq 360^\circ \end{aligned} \quad (13)$$

- tradycyjną miarą rektascensji są jednostki czasu a nie stopnie. Pamiętając, że $24^h = 360^\circ$, mamy między nimi zależności:

$$\begin{aligned} 1^h &= 15^\circ & 1^\circ &= 4^m \\ 1^m &= 15' & 1' &= 4^s \\ 1^s &= 15'' & 1'' &= 1/15^s \end{aligned} \quad (14)$$

Układ współrzędnych równikowych (4)



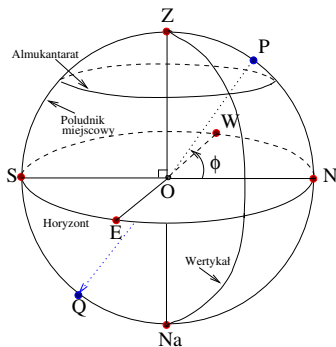
Definicja układu równikowego (3)

Obok sferycznych stosowane są **równikowe współrzędne prostokątne** (x, y, z) określone względem układu osi XYZ.

Dla sfery jednostkowej, współrzędnym (α, δ) punktu G odpowiadają współrzędne (x, y, z) :

$$\begin{aligned} x &= \cos \delta \cos \alpha \\ y &= \cos \delta \sin \alpha \\ z &= \sin \delta \end{aligned} \quad (15)$$

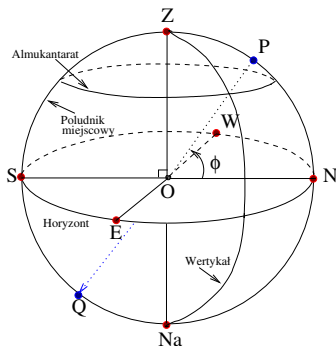
Współrzędne równikowe α, δ oraz x, y, z mają bardzo pożądaną własność — ich wartości nie zmieniają się w efekcie ruchu wirowego Ziemi.



Definicje

Dana jest sfera rozpięta nad obserwatorem O gdzieś na północnej półkuli ziemskiej:

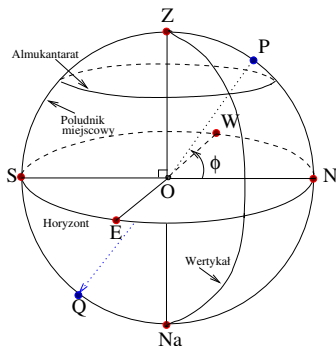
- kierunek lokalnej grawitacji (kierunek pionu) a ściślej jego przedłużenie, przebija sferę w **zenicie** Z i **nadirze** Na ,
- koło wielkie o biegunach w Z i Na nazywamy **horyzontem**,
- koła wielkie przecinające się w Z i Na nazwano **kołami wierzchołkowymi** albo **wertykałami**,
- koła małe o biegunach w Z i Na nazywane są **almukantaratami**,
- prosta przechodząca przez O , równoległa do ziemskiej osi rotacji tzw. **oś świata** przebija sferę w P i Q , północnym poluuniowym biegunie świata,



Definicje

Dana jest sfera rozpięta nad obserwatorem O gdzieś na północnej półkuli ziemskiej:

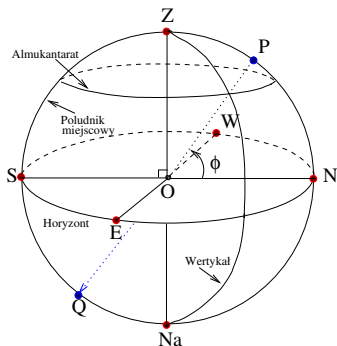
- kierunek lokalnej grawitacji (kierunek pionu) a ściślej jego przedłużenie, przebija sferę w **zenicie** Z i **nadirze** Na ,
- koło wielkie o biegunach w Z i Na nazywamy **horyzontem**,
- koła wielkie przecinające się w Z i Na nazwano **kołami wierzchołkowymi** albo **wertykałami**,
- koła małe o biegunach w Z i Na nazywane są **almukantaratami**,
- prosta przechodząca przez O , równoległa do ziemskiej osi rotacji tzw. **oś świata** przebija sferę w P i Q , północnym poluuniowym biegunie świata,



Definicje

Dana jest sfera rozpięta nad obserwatorem O gdzieś na północnej półkuli ziemskiej:

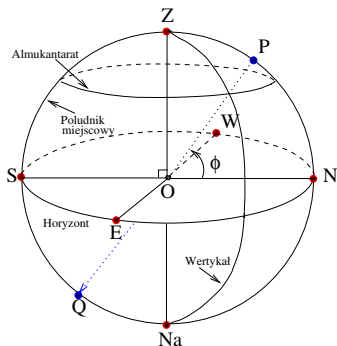
- kierunek lokalnej grawitacji (kierunek pionu) a ściślej jego przedłużenie, przebija sferę w **zenicie** Z i **nadirze** Na ,
- koło wielkie o biegunach w Z i Na nazywamy **horyzontem**,
- koła wielkie przecinające się w Z i Na nazwano **kołami wierzchołkowymi** albo **wertykałami**,
- koła małe o biegunach w Z i Na nazywane są **almukantaratami**,
- prosta przechodząca przez O , równoległa do ziemskiej osi rotacji tzw. **oś świata** przebija sferę w P i Q , północnym południowym biegunie świata,



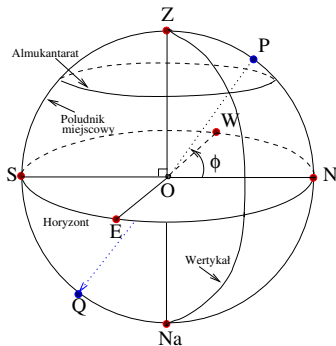
Definicje

Dana jest sfera rozpięta nad obserwatorem O gdzieś na północnej półkuli ziemskiej:

- kierunek lokalnej grawitacji (kierunek pionu) a ściślej jego przedłużenie, przebija sferę w **zenicie** Z i **nadirze** Na ,
- koło wielkie o biegunach w Z i Na nazywamy **horyzontem**,
- koła wielkie przecinające się w Z i Na nazwano **kołami wierzchołkowymi** albo **wertykałami**,
- koła małe o biegunach w Z i Na nazywane są **almukantaratami**,
- prosta przechodząca przez O , równoległa do ziemskiej osi rotacji tzw. **oś świata** przebija sferę w P i Q , północnym południowym biegunie świata,



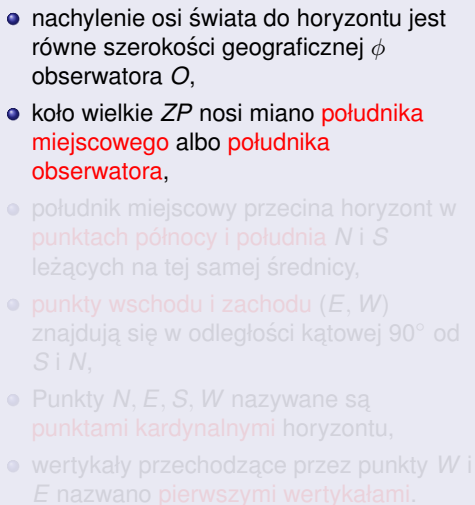
- kierunek lokalnej grawitacji (kierunek pionu) a ściślej jego przedłużenie, przebija sferę w **zenicie** Z i **nadirze** Na ,
- koło wielkie o biegunach w Z i Na nazywamy **horyzontem**,
- koła wielkie przecinające się w Z i Na nazwano **kołami wierzchołkowymi** albo **wertykałami**,
- koła małe o biegunach w Z i Na nazywane są **almukantaratami**,
- prosta przechodząca przez O , równoległa do ziemskiej osi rotacji tzw. **oś świata** przebija sferę w P i Q , północnym południowym biegunie świata,

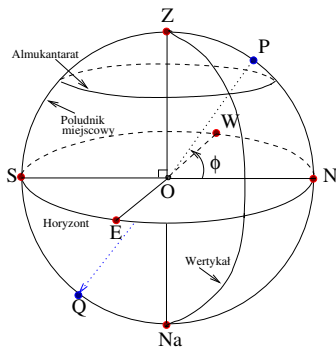


Definicje

- nachylenie osi świata do horyzontu jest równe szerokości geograficznej ϕ obserwatora O ,
- koło wielkie ZP nosi miano **południka miejscowego** albo **południka obserwatora**,
- południk miejscowy przecina horyzont w **punktach północy i południa** N i S leżących na tej samej średnicy,
- **punkty wschodu i zachodu** (E, W) znajdują się w odległości kątowej 90° od S i N ,
- Punkty N, E, S, W nazywane są **punktami kardynalnymi** horyzontu,
- wertykały przechodzące przez punkty W i E nazwano **pierwszymi wertykałami**.

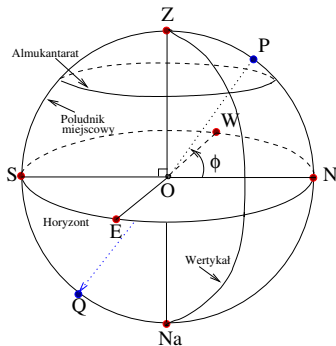
Definicje





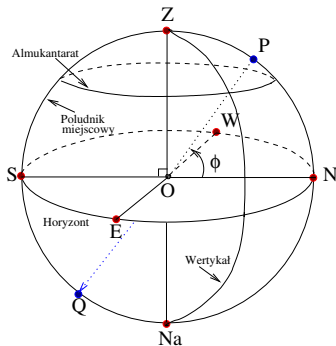
Definicje

- nachylenie osi świata do horyzontu jest równe szerokości geograficznej ϕ obserwatora O ,
- koło wielkie ZP nosi miano **południka miejscowego** albo **południka obserwatora**,
- południk miejscowy przecina horyzont w **punktach północy i południa** N i S leżących na tej samej średnicy,
- **punkty wschodu i zachodu** (E, W) znajdują się w odległości kątowej 90° od S i N ,
- Punkty N, E, S, W nazywane są **punktami kardynalnymi** horyzontu,
- wertykały przechodzące przez punkty W i E nazwano **pierwszymi wertykałami**.



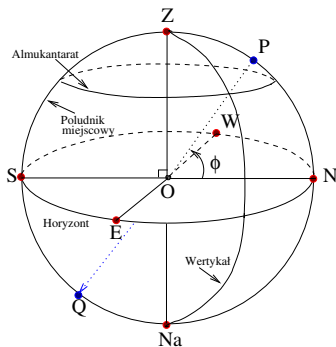
Definicje

- nachylenie osi świata do horyzontu jest równe szerokości geograficznej ϕ obserwatora O ,
- koło wielkie ZP nosi miano **południka miejscowego** albo **południka obserwatora**,
- południk miejscowy przecina horyzont w **punktach północy i południa** N i S leżących na tej samej średnicy,
- **punkty wschodu i zachodu** (E, W) znajdują się w odległości kątowej 90° od S i N ,
- Punkty N, E, S, W nazywane są **punktami kardynalnymi** horyzontu,
- wertykały przechodzące przez punkty W i E nazwano **pierwszymi wertykałami**.



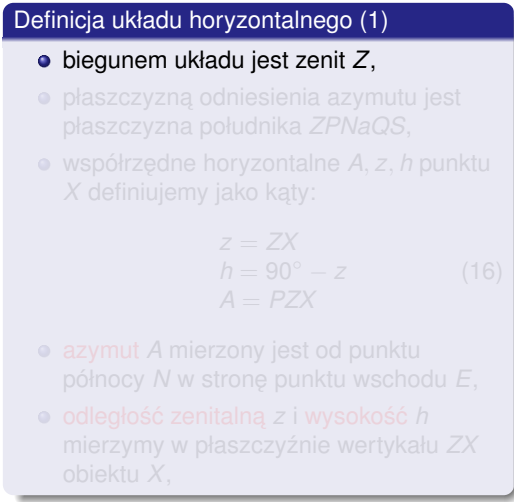
Definicje

- nachylenie osi świata do horyzontu jest równe szerokości geograficznej ϕ obserwatora O ,
- koło wielkie ZP nosi miano **południka miejscowego** albo **południka obserwatora**,
- południk miejscowy przecina horyzont w **punktach północy i południa** N i S leżących na tej samej średnicy,
- **punkty wschodu i zachodu** (E, W) znajdują się w odległości kątowej 90° od S i N ,
- Punkty N, E, S, W nazywane są **punktami kardynalnymi** horyzontu,
- wertykały przechodzące przez punkty W i E nazwano **pierwszymi wertykałami**.



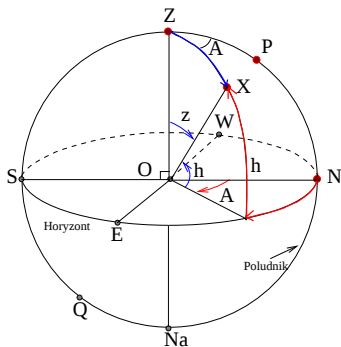
Definicje

- nachylenie osi świata do horyzontu jest równe szerokości geograficznej ϕ obserwatora O ,
- koło wielkie ZP nosi miano **południka miejscowego** albo **południka obserwatora**,
- południk miejscowy przecina horyzont w **punktach północy i południa** N i S leżących na tej samej średnicy,
- **punkty wschodu i zachodu** (E, W) znajdują się w odległości kątowej 90° od S i N ,
- Punkty N, E, S, W nazywane są **punktami kardynalnymi** horyzontu,
- wertykały przechodzące przez punkty W i E nazwano **pierwszymi wertykałami**.



- biegunem układu jest zenit Z ,
- płaszczyzną odniesienia azymutu jest płaszczyzna południka ZPN_{aQS} ,
- współrzędne horyzontalne A, z, h punktu X definiujemy jako kąty:

Układ współrzędnych horyzontalnych (3)



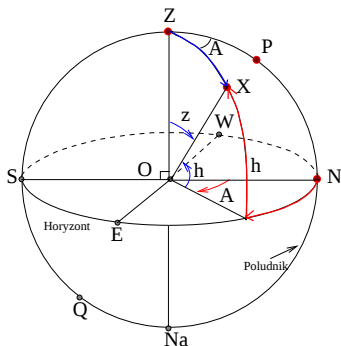
Definicja układu horyzontalnego (1)

- biegunem układu jest zenit Z ,
- płaszczyznę odniesienia azymutu jest płaszczyzna południka $ZPNaQS$,
- współrzędne horyzontalne A, z, h punktu X definiujemy jako kąty:

$$\begin{aligned} z &= ZX \\ h &= 90^\circ - z \\ A &= PZX \end{aligned} \quad (16)$$

- **azymut** A mierzony jest od punktu północy N w stronę punktu wschodu E ,
- **odległość zenitalną** z i **wysokość** h mierzymy w płaszczyźnie wertykału ZX obiektu X ,

Układ współrzędnych horyzontalnych (3)



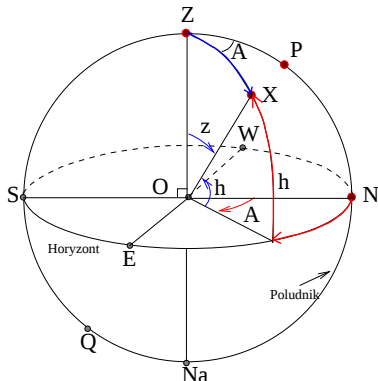
Definicja układu horyzontalnego (1)

- biegunem układu jest zenit Z ,
- płaszczyznę odniesienia azymutu jest płaszczyzna południka $ZPNaQS$,
- współrzędne horyzontalne A, z, h punktu X definiujemy jako kąty:

$$\begin{aligned} z &= \angle ZXO \\ h &= 90^\circ - z \\ A &= \angle PZX \end{aligned} \quad (16)$$

- **azymut** A mierzony jest od punktu północy N w stronę punktu wschodu E ,
- **odległość zenitalną** z i **wysokość** h mierzymy w płaszczyźnie wertykału ZX obiektu X ,

Układ współrzędnych horyzontalnych (4)



Definicja układu horyzontalnego (2)

- współrzędne A, z, h przyjmują wartości z przedziałów:

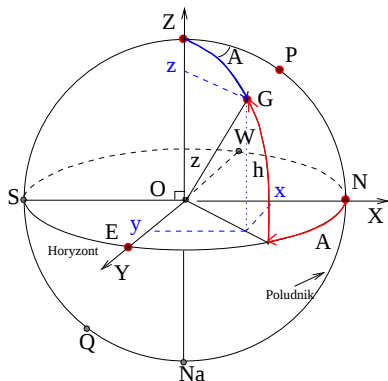
$$0 \leq z \leq 180^\circ$$

$$-90^\circ \leq h \leq 90^\circ$$

$$0^\circ \leq A \leq 360^\circ$$

Współrzędne horyzontalne mają lokalny, miejscowy charakter, co oznacza zależność A, z, h od wyboru położenia punktu O na powierzchni Ziemi. Dla ustalonego miejsca O , w wyniku ruchu dobowego sfery wartości współrzędnych horyzontalnych ulegają zmianom w czasie.

Układ współrzędnych prostokątnych horyzontalnych (5)



Definicja układu horyzontalnego (3)

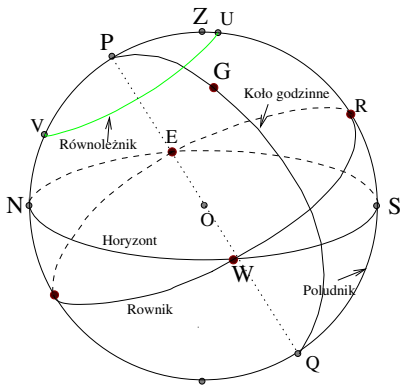
Dla sfery jednostkowej współrzędnym (A, h) punktu G odpowiadają współrzędne (x, y, z) :

$$\begin{aligned} x &= \cos h \cos A \\ y &= \cos h \sin A \\ z &= \sin h \end{aligned} \quad (17)$$

Układ horyzontalny jest układem lewoskrętnym, czego nie da się uniknąć jeśli współrzędna A ciała niebieskiego ma wzrastać zgodnie z kierunkiem dobowego ruchu sfery.

Układ współrzędnych godzinnych (1)

Układ współrzędnych godzinnych jest hybrydą układu równikowego i horyzontalnego. Jego biegunem jest północny biegun świata a płaszczyzną odniesienia współrzędnej azymutalnej jest południk miejscowy $PZSQ$.

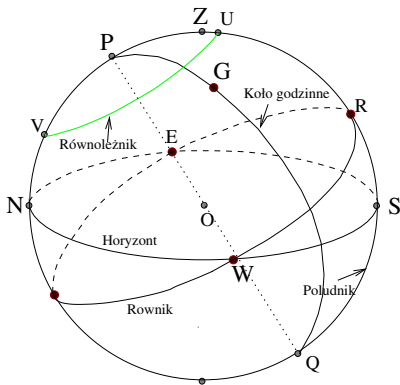


Definicje

- koła wielkie przechodzące przez bieguny świata np. PGQ , nazwano **kołami godzinnymi**,
- koła małe o biegunach w P i Q , noszą miano **równoleżników deklinacji**.

Układ współrzędnych godzinnych (1)

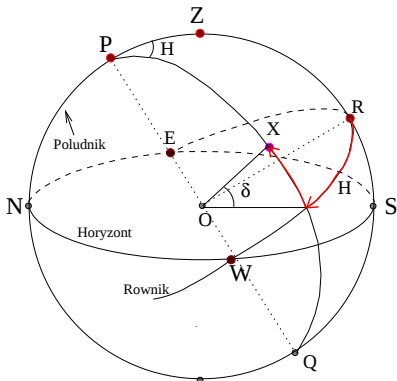
Układ współrzędnych godzinnych jest hybrydą układu równikowego i horyzontalnego. Jego biegunem jest północny biegun świata a płaszczyzną odniesienia współrzędnej azymutalnej jest południk miejscowy *PZSQ*.



Definicje

- koła wielkie przechodzące przez bieguny świata np. *PGQ*, nazwano **kołami godzinnymi**,
- koła małe o biegunach w *P* i *Q*, noszą miano **równoleżników deklinacji**.

Układ współrzędnych godzinnych (2)



Definicja układu godzinnego (1)

- biegunem układu jest północny biegun świata P ,
- płaszczyzną odniesienia kąta godzinnego jest płaszczyzna południka $PZeSQ$,
- współrzędne godzinne $\mathcal{H}$, δ punktu G definiujemy jako kąty:

$$\begin{aligned}\delta &= 90^\circ - PG \\ \mathcal{H} &= ZPG\end{aligned}\quad (18)$$

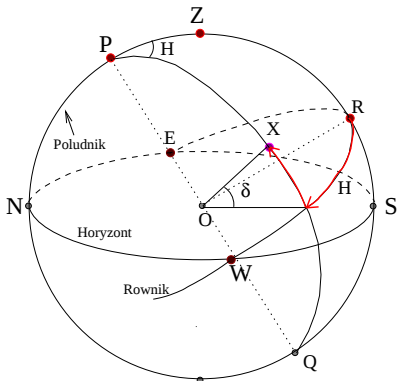
- a ich wartości należą do przedziałów:

$$\begin{aligned}-90^\circ &\leq \delta \leq 90^\circ \quad (19) \\ 0 &\leq \mathcal{H} \leq 24^h\end{aligned}$$

- biegunem układu jest północny biegun świata P ,
- płaszczyzną odniesienia kąta godzinowego jest płaszczyzna południka $PZeSQ$,
- współrzędne godzinne $\mathcal{H}, \delta$ punktu G definiujemy jako kąty:

$$\mathcal{H} = \text{ZPG} \quad (18)$$

Układ współrzędnych godzinnych (2)



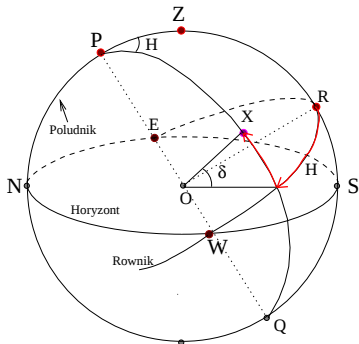
Definicja układu godzinnego (1)

- biegunem układu jest północny biegun świata P ,
- płaszczyzną odniesienia kąta godzinnego jest płaszczyzna południka $PZeSQ$,
- współrzędne godzinne $\mathcal{H}$, δ punktu G definiujemy jako kąty:

$$\begin{aligned}\delta &= 90^\circ - PG \\ \mathcal{H} &= ZPG\end{aligned}\quad (18)$$

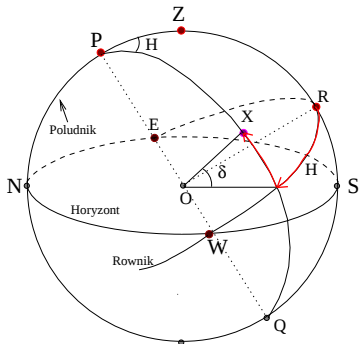
- a ich wartości należą do przedziałów:

$$\begin{aligned}-90^\circ &\leq \delta \leq 90^\circ \\ 0 &\leq \mathcal{H} \leq 24^h\end{aligned}\quad (19)$$



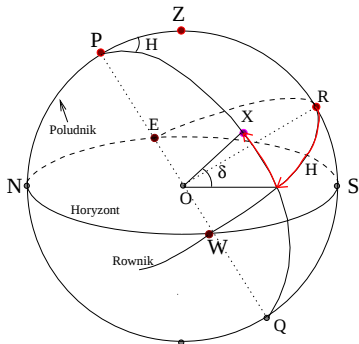
Definicja układu godzinnego (2)

- **kąt godzinny** $\mathcal{H}$ jest kątem dwuściennym pomiędzy płaszczyznami kół godzinnych $PZSQ$ i PGQ ; wartości $\mathcal{H}$ wzrastają w stronę punktu zachodu W , zgodnie z dobowym ruchem sfery,
- **deklinację** δ mierzymy w płaszczyźnie koła godzinnego obiektu G , poczynając od płaszczyzny równika; na półsfery północnej $\delta > 0$.



Definicja układu godzinnego (2)

- **kąt godzinny** $\mathcal{H}$ jest kątem dwuściennym pomiędzy płaszczyznami kół godzinnych $PZSQ$ i PGQ ; wartości $\mathcal{H}$ wzrastają w stronę punktu zachodu W , zgodnie z dobowym ruchem sfery,
- **deklinację** δ mierzymy w płaszczyźnie koła godzinnego obiektu G , poczynając od płaszczyzny równika; na półsfery północnej $\delta > 0$.

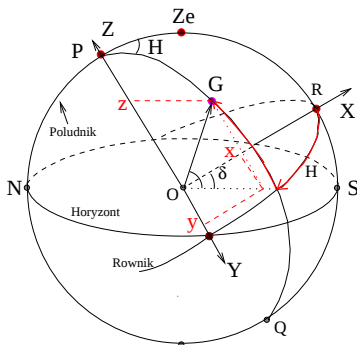


Definicja układu godzinnego (2)

- **kąt godzinny** $\mathcal{H}$ jest kątem dwuściennym pomiędzy płaszczyznami kół godzinnych $PZSQ$ i PGQ ; wartości $\mathcal{H}$ wzrastają w stronę punktu zachodu W , zgodnie z dobowym ruchem sfery,
- **deklinację** δ mierzymy w płaszczyźnie koła godzinnego obiektu G , poczynając od płaszczyzny równika; na półsfery północnej $\delta > 0$.

- Układ godzinny jest związany z miejscem obserwacji ale w mniejszym stopniu, bowiem jedynie kąt godzinny zależy od wyboru miejsca obserwacji i czasu. Wartość deklinacji obiektu nie ulega zmianie na skutek ruchu wirowego sfery.

○○○○○○○○○○●○○○○



Definicja układu godzinnego (3)

Dla sfery jednostkowej współrzędnym $(\mathcal{H}, \delta)$ punktu G odpowiadają współrzędne (x, y, z) :

$$\begin{aligned} x &= \cos \delta \cos \mathcal{H} \\ y &= \cos \delta \sin \mathcal{H} \\ z &= \sin \delta \end{aligned} \quad (20)$$

Układ godzinny jest układem lewoskrętnym, czego nie da się uniknąć jeśli współrzędna KG ciała niebieskiego ma wzrastać zgodnie z kierunkiem dobowego ruchu sfery.

The diagram illustrates a celestial sphere with the following features:

- Equator and Ecliptic:** A horizontal dashed line represents the celestial equator. A solid line with arrows represents the ecliptic, tilted at an angle δ relative to the equator. The intersection point is labeled O .
- Axes:** A vertical dotted line represents the axis of rotation, with P at the top and Q at the bottom.
- Points:**
 - Z and U are at the top of the sphere.
 - V and N are on the left side.
 - L and D are on the bottom left.
 - R and S are on the right side.
 - W is at the bottom.
 - E is on the equator.
 - X is on the ecliptic.
 - T is on the upper right.
 - Y is a green point on a green arc.
- Curves:**
 - A green arc with arrows passing through V , Y , and Z .
 - A blue arc with arrows passing through L , D , X , and T .
 - A red arc with arrows passing through W , X , and R .
- Labels:**
 - "Równik" (Equator) points to the dashed line.
 - "Południk" (Meridian) points to a vertical line.
 - The angle δ is marked between the equator and the ecliptic.

The diagram shows a sphere with a center point O . A horizontal line passing through O is labeled "Rownik" (Equator). A vertical line passing through O is labeled "Poludnik" (Meridian). An angle δ is marked at the center O between the horizontal line and a line segment extending to point X . Various points are marked on the sphere's surface: $N, L, D, R, E, X, T, S, Q, W, V, Y, P, Z, U$. Solid lines (blue, red, green) with arrows represent paths or trajectories. Dashed and dotted lines represent other geometric or auxiliary paths. The sphere is also divided into hemispheres by the equator and meridian.

- sfera obraca się jednostajnie wokół osi świata PQ z szybkością $\omega = 15 [^\circ / \text{godz}]$,
- dobowe trajektorie gwiazd są równoleżnikami np. UYV , $LRTD$, albo równikiem świata ERW ,
- punkt T równoleżnika gwiazdy G o największej wysokości nazywamy punktem **kulminacji górnej**, punkt o najmniejszej wysokości nazywamy punktem **kulminacji dolnej**,
- punkty o zerowej wysokości to miejsca **wschodu** i **zachodu** obiektu, wypadające po stronie punktów E i W odpowiednio.

- sfera obraca się jednostajnie wokół osi świata PQ z szybkością $\omega = 15 [^\circ / \text{godz}]$,
- dobowe trajektorie gwiazd są równoleżnikami np. UYV , $LRTD$, albo równikiem świata ERW ,
- punkt T równoleżnika gwiazdy G o największej wysokości nazywamy punktem **kulminacji górnej**, punkt o najmniejszej wysokości nazywamy punktem **kulminacji dolnej**,
- punkty o zerowej wysokości to miejsca **wschodu** i **zachodu** obiektu, wypadające po stronie punktów E i W odpowiednio.

The diagram illustrates a celestial sphere with the following features:

- Equator and Ecliptic:** A horizontal dashed line represents the celestial equator. A red curve represents the ecliptic, which is inclined at an angle δ to the equator. The intersection of these two great circles is labeled 'Równik' (Equator) and 'Poludnik' (Meridian).
- Points on the Sphere:**
 - Blue Points:** L, D, R, X, T, V, N, S.
 - Red Points:** W, E.
 - Green Points:** Y, Z, U.
 - Black Points:** P, Q, H.
- Lines and Arcs:**
 - A solid blue arc passes through points L, D, X, T, and V.
 - A dashed blue arc passes through points R, X, and T.
 - A solid green arc passes through points V, Y, and Z.
 - A dashed green arc passes through points Z, U, and H.
 - A red dashed arc passes through points E, X, and R.
 - A black dotted line passes through the center O and points N, E, S, and Q.
 - A black solid line passes through the center O and points P, H, and Q.
- Angles:** The angle between the ecliptic and the equator at their intersection is labeled δ .

- sfera obraca się jednostajnie wokół osi świata PQ z szybkością $\omega = 15 [^\circ/\text{godz}]$,
- dobowe trajektorie gwiazd są równoleżnikami np. UYV , $LRTD$, albo równikiem świata ERW ,
- punkt T równoleżnika gwiazdy G o największej wysokości nazywamy punktem **kulminacji górnej**, punkt o najmniejszej wysokości nazywamy punktem **kulminacji dolnej**,
- punkty o zerowej wysokości to miejsca **wschodu** i **zachodu** obiektu, wypadające po stronie punktów E i W odpowiednio.

The diagram illustrates a celestial sphere with the following features:

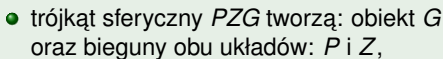
- Equator and Ecliptic:** A horizontal dashed line represents the celestial equator. A red curve represents the ecliptic, which is inclined at an angle δ to the equator. The intersection of these two great circles is labeled 'Równik' (Equator) and 'Poludnik' (Meridian).
- Center and Axes:** The center of the sphere is labeled 'O'. A vertical dotted line represents the axis of rotation, with 'Z' (Zenith) at the top and 'U' (Nadir) at the bottom.
- Celestial Points:** Various points are marked on the sphere's surface:
 - Blue points:** N, L, D, R, V, T, X.
 - Red points:** W, E.
 - Green points:** Y.
 - Black points:** P, Q, S, U, Z.
- Curved Lines and Arrows:**
 - A blue curve with arrows passing through N, L, D, R, V, T, X.
 - A red curve with arrows passing through W, E, X, R.
 - A green curve with arrows passing through V, Y, P, H, Z.
- Angles:** The angle δ is shown between the horizontal line through O and the line connecting O to the intersection of the ecliptic and the axis.

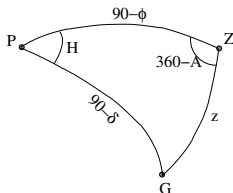
The diagram illustrates a celestial sphere with the following features:

- Equator and Ecliptic:** A horizontal dashed line represents the celestial equator. A red curve represents the ecliptic, which is inclined at an angle δ to the equator. The intersection of these two great circles is labeled "Równik" (Equator) and "Poludnik" (Meridian).
- Center and Axes:** The center of the sphere is labeled O . A vertical dotted line represents the axis of rotation, with Q at the bottom pole and Z at the top pole.
- Celestial Points:**
 - P and V are points on the upper part of the sphere.
 - Y is a point on the ecliptic.
 - E is a point on the celestial equator.
 - X is a point on the ecliptic.
 - R and S are points on the ecliptic.
 - W is a point on the ecliptic.
 - D and L are points on the celestial equator.
 - N is a point on the celestial equator.
 - T is a point on the ecliptic.
- Angles and Arcs:**
 - The angle δ is the inclination of the ecliptic to the equator.
 - A green arc connects P and V .
 - A blue arc connects L and D .
 - A red arc connects W and S .
 - A dashed blue arc connects R and X .
 - A dashed red arc connects E and X .
 - A dotted green arc connects P and Y .

przebywają zawsze pod horyzontem.

Przemiana współrzędnych A, h i $\mathcal{H}, \delta$



Dygresja: rozwiązanie trójkąta paralaktycznego PZG (1).Przemiana współrzędnych A , h i $\mathcal{H}$, δ

- trójkąt sferyczny PZG tworzą: obiekt G oraz bieguny obu układów: P i Z ,
- z definicji obu układów mamy:

$$PZG = 360^\circ - A$$

$$ZPG = \mathcal{H}$$

$$ZG = z$$

$$PG = 90^\circ - \delta$$

$$PZ = 90^\circ - \phi,$$

- a ze wzoru cosinusów:

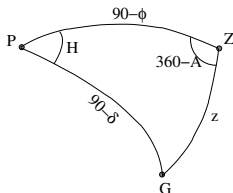
$$\sin \delta = \cos z \sin \phi + \sin z \cos \phi \cos A$$

$$\cos z = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \mathcal{H}$$

- w celu normalizacji kątów A i $\mathcal{H}$ mamy:

$$180^\circ \leq A \leq 360^\circ \Leftrightarrow 0^h \geq \mathcal{H} \geq 12^h$$

$$0^\circ < A < 180^\circ \Leftrightarrow 12^h < \mathcal{H} < 24^h$$

Dygresja: rozwiązanie trójkąta paralaktycznego PZG (1).Przemiana współrzędnych A , h i $\mathcal{H}$, δ

- trójkąt sferyczny PZG tworzą: obiekt G oraz bieguny obu układów: P i Z ,
- z definicji obu układów mamy:

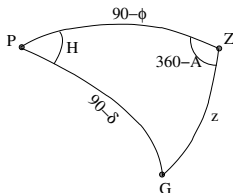
$$\begin{aligned} PZG &= 360^\circ - A & ZPG &= \mathcal{H} \\ ZG &= z & PG &= 90^\circ - \delta \\ PZ &= 90^\circ - \phi, \end{aligned}$$

- a ze wzoru cosinusów:

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \cos z \sin \phi + \sin z \cos \phi \cos A \\ \cos z &= \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \mathcal{H} \end{aligned}$$

- w celu normalizacji kątów A i $\mathcal{H}$ mamy:

$$\begin{aligned} 180^\circ \leq A \leq 360^\circ &\Leftrightarrow 0^h \geq \mathcal{H} \geq 12^h \\ 0^\circ < A < 180^\circ &\Leftrightarrow 12^h < \mathcal{H} < 24^h \end{aligned}$$

Dygresja: rozwiązanie trójkąta paralaktycznego PZG (1).Przemiana współrzędnych A , h i $\mathcal{H}$, δ

- trójkąt sferyczny PZG tworzą: obiekt G oraz bieguny obu układów: P i Z ,
- z definicji obu układów mamy:

$$\begin{aligned} PZG &= 360^\circ - A & ZPG &= \mathcal{H} \\ ZG &= z & PG &= 90^\circ - \delta \\ PZ &= 90^\circ - \phi, \end{aligned}$$

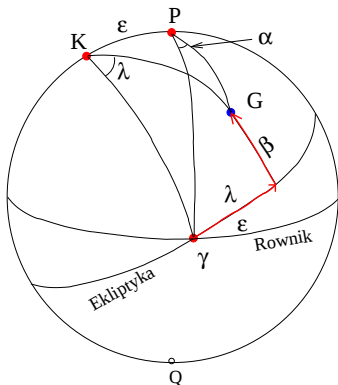
- a ze wzoru cosinusów:

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \cos z \sin \phi + \sin z \cos \phi \cos A \\ \cos z &= \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \mathcal{H} \end{aligned}$$

- w celu normalizacji kątów A i $\mathcal{H}$ mamy:

$$\begin{aligned} 180^\circ \leq A \leq 360^\circ &\Leftrightarrow 0^h \geq \mathcal{H} \leq 12^h \\ 0^\circ < A < 180^\circ &\Leftrightarrow 12^h < \mathcal{H} < 24^h \end{aligned}$$

Układ współrzędnych ekliptycznych



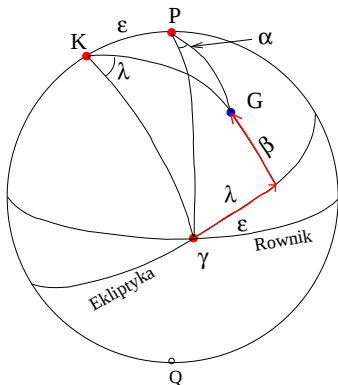
Definicja

- biegun układu — północny **biegun ekliptyki** K oddległy o $\varepsilon = 23.5^\circ$ od północnego bieguna świata P ,
- punkt zerowy długości ekliptycznej — punkt równonocy wiosennej Υ ,
- współrzędne ekliptyczne punktu G definiujemy jako kąty:

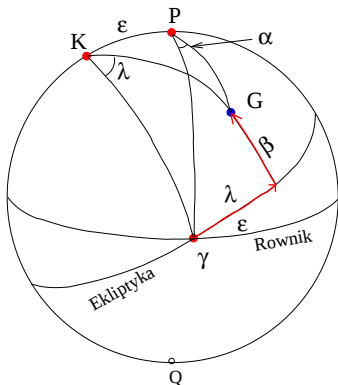
$$\beta = 90^\circ - \angle KG, \quad \lambda = \angle \Upsilon KG \quad (23)$$

- **długość ekliptyczną** λ mierzymy wzdłuż ekliptyki w kierunku rocznego ruchu Słońca, **szerokość ekliptyczną** β mierzymy w płaszczyźnie południka KG obiektu G , przy czym

$$-90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ, \quad 0 \leq \lambda \leq 360^\circ$$



Układ współrzędnych ekliptycznych



Definicja

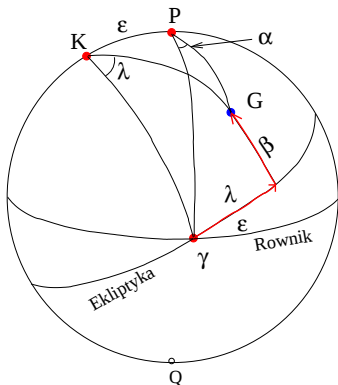
- biegun układu — północny **biegun ekliptyki** K oddległy o $\varepsilon = 23.5^\circ$ od północnego bieguna świata P ,
- punkt zerowy długości ekliptycznej — punkt równonocy wiosennej Υ ,
- współrzędne ekliptyczne punktu G definiujemy jako kąty:

$$\beta = 90^\circ - \angle KG, \quad \lambda = \angle \Upsilon KG \quad (23)$$

- **długość ekliptyczną** λ mierzymy wzdłuż ekliptyki w kierunku rocznego ruchu Słońca, **szerokość ekliptyczną** β mierzymy w płaszczyźnie południka KG obiektu G , przy czym

$$-90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ, \quad 0 \leq \lambda \leq 360^\circ$$

Układ współrzędnych ekliptycznych



Definicja

- biegun układu — północny **biegun ekliptyki** K oddległy o $\varepsilon = 23.5^\circ$ od północnego bieguna świata P ,
- punkt zerowy długości ekliptycznej — punkt równonocy wiosennej Υ ,
- współrzędne ekliptyczne punktu G definiujemy jako kąty:

$$\beta = 90^\circ - \angle KG, \quad \lambda = \angle \Upsilon KG \quad (23)$$

- **długość ekliptyczną** λ mierzymy wzdłuż ekliptyki w kierunku rocznego ruchu Słońca, **szerokość ekliptyczną** β mierzymy w płaszczyźnie południka KG obiektu G , przy czym

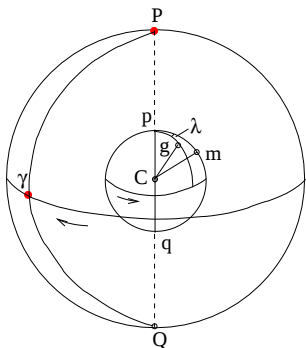
$$-90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ, \quad 0 \leq \lambda \leq 360^\circ$$

Part V

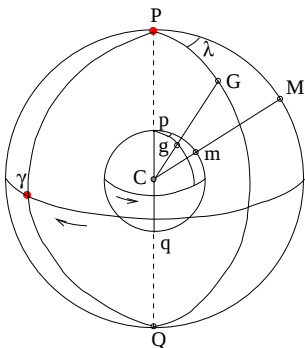
Skale czasu.

7 Skale czasu gwiazdowego i słonecznego.

- Skala czasu gwiazdowego.
- Czas słoneczny prawdziwy.
- Czas słoneczny średni.

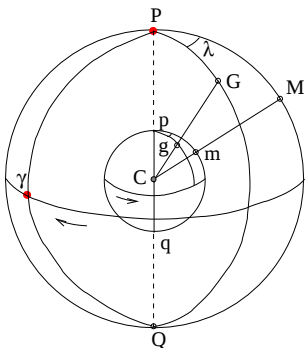


Skala czasu gwiazdowego (1)



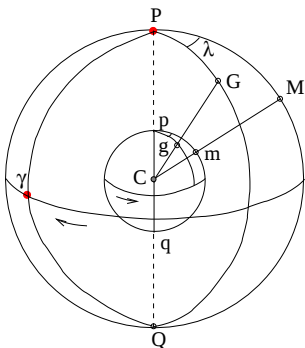
- p i q oznaczają geograficzne bieguny ziemskie, przedłużenia odcinków Cp i Cq przebiegają niebieską sferę w P , Q — w północnym i południowym biegunie świata,
- g oznacza Greenwich a punkt m obserwatora na powierzchni Ziemi na długości geograficznej λ .
- półproste Cg i Cm przebiegają sferę w punktach G i M ; G jest zenitem horyzontu obserwatora w Greenwich, łuk PGQ jest południkiem miejscowym tegoż obserwatora,
- podobnie łuk PMQ jest południkiem miejscowym obserwatora w miejscu M ,
- kąt sferyczny GPM wynosi λ .

Skala czasu gwiazdowego (1)



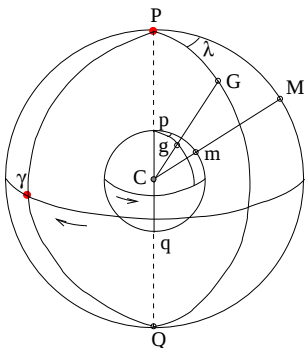
- p i q oznaczają geograficzne bieguny ziemskie, przedłużenia odcinków Cp i Cq przebijają niebieską sferę w P , Q — w północnym i południowym biegunie świata,
- g oznacza Greenwich a punkt m obserwatora na powierzchni Ziemi na długości geograficznej λ .
- półproste Cg i Cm przebijają sferę w punktach G i M ; G jest zenitem horyzontu obserwatora w Greenwich, łuk PGQ jest południkiem miejscowym tegoż obserwatora,
- podobnie łuk PMQ jest południkiem miejscowym obserwatora w miejscu M ,
- kąt sferyczny GPM wynosi λ .

Skala czasu gwiazdowego (1)



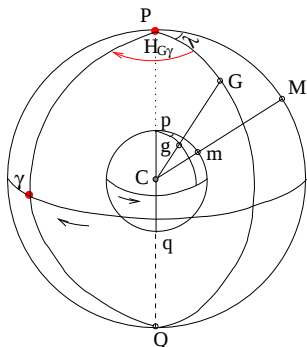
- p i q oznaczają geograficzne bieguny ziemskie, przedłużenia odcinków Cp i Cq przebiegają niebieską sferę w P , Q — w północnym i południowym biegunie świata,
- g oznacza Greenwich a punkt m obserwatora na powierzchni Ziemi na długości geograficznej λ .
- półproste Cg i Cm przebiegają sferę w punktach G i M ; G jest zenitem horyzontu obserwatora w Greenwich, łuk PGQ jest południkiem miejscowym tegoż obserwatora,
- podobnie łuk PMQ jest południkiem miejscowym obserwatora w miejscu M ,
- kąt sferyczny GPM wynosi λ .

Skala czasu gwiazdowego (1)



- p i q oznaczają geograficzne bieguny ziemskie, przedłużenia odcinków Cp i Cq przebijają niebieską sferę w P , Q — w północnym i południowym biegunie świata,
- g oznacza Greenwich a punkt m obserwatora na powierzchni Ziemi na długości geograficznej λ .
- półproste Cg i Cm przebijają sferę w punktach G i M ; G jest zenitem horyzontu obserwatora w Greenwich, łuk PGQ jest południkiem miejscowym tegoż obserwatora,
- podobnie łuk PMQ jest południkiem miejscowym obserwatora w miejscu M ,
- kąt sferyczny GPM wynosi λ .

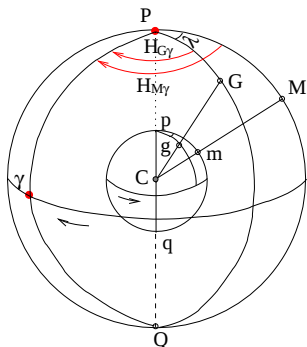
Skala czasu gwiazdowego (2)



- względem obserwatora w g , kąt godzinny punktu barana wynosi $GP\Upsilon = \mathcal{H}_G\Upsilon$.
- względem obserwatora w m , kąt godzinny punktu barana wynosi $\mathcal{H}_M\Upsilon = MP\Upsilon$,
- co pociąga:

$$\mathcal{H}_M\Upsilon = \mathcal{H}_G\Upsilon + \lambda \quad (24)$$

Skala czasu gwiazdowego (2)

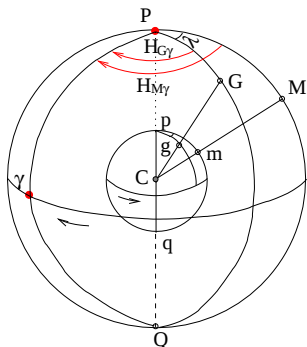


- względem obserwatora w g , kąt godzinny punktu barana wynosi $GP\Upsilon = \mathcal{H}_G\Upsilon$.
- względem obserwatora w m , kąt godzinny punktu barana wynosi $\mathcal{H}_M\Upsilon = MP\Upsilon$,

• co pociąga:

$$\mathcal{H}_M\Upsilon = \mathcal{H}_G\Upsilon + \lambda \quad (24)$$

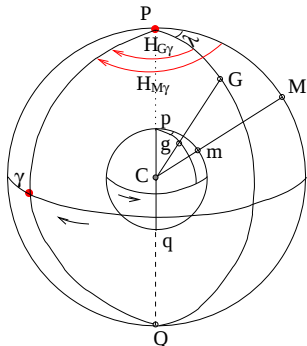
Skala czasu gwiazdowego (2)



- względem obserwatora w g , kąt godzinny punktu barana wynosi $GP\Upsilon = \mathcal{H}_G\Upsilon$.
- względem obserwatora w m , kąt godzinny punktu barana wynosi $\mathcal{H}_M\Upsilon = MP\Upsilon$,
- co pociąga:

$$\mathcal{H}_M\Upsilon = \mathcal{H}_G\Upsilon + \lambda \quad (24)$$

Skala czasu gwiazdowego (3)



Definicje

- **miejscowy czas gwiazdowy** jest równy kątowi godzinnemu punktu Υ , czyli czas gwiazdowy w Greenwich:

$$\mathcal{CG}_G = \mathcal{H}_{G\Upsilon}$$

- czas gwiazdowy obserwatora w m :

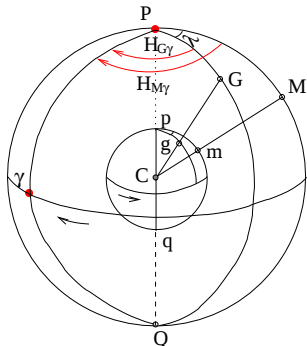
$$\mathcal{CG}_M = \mathcal{H}_{M\Upsilon}$$

- a wobec (24), mamy:

$$\mathcal{CG}_M = \mathcal{CG}_G + \lambda \quad (25)$$

- jednostką czasu gwiazdowego jest **doła gwiazdowa** równa interwałowi czasu między dwiema kulminacjami górnymi punktu równonocy wiosennej Υ .

Skala czasu gwiazdowego (3)



Definicje

- **miejscowy czas gwiazdowy** jest równy kątowi godzinnemu punktu Υ , czyli czas gwiazdowy w Greenwich:

$$\mathcal{CG}_G = \mathcal{H}_G \Upsilon$$

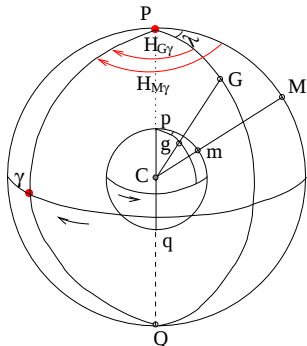
- czas gwiazdowy obserwatora w m :

$$\mathcal{CG}_M = \mathcal{H}_M \Upsilon$$

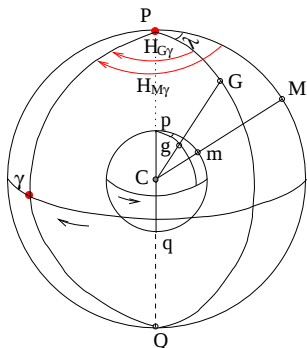
- a wobec (24), mamy:

$$\mathcal{CG}_M = \mathcal{CG}_G + \lambda \quad (25)$$

- jednostką czasu gwiazdowego jest **doła gwiazdowa** równa interwałowi czasu między dwiema kulminacjami górnymi punktu równonocy wiosennej Υ .



Skala czasu gwiazdowego (3)



Definicje

- **miejscowy czas gwiazdowy** jest równy kątowi godzinnyemu punktu Υ , czyli czas gwiazdowy w Greenwich:

$$\mathcal{CG}_G = \mathcal{H}_G \Upsilon$$

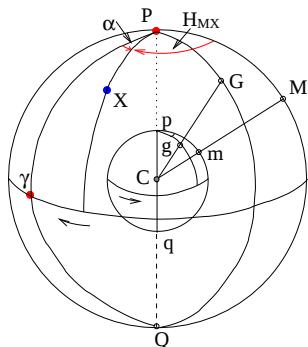
- czas gwiazdowy obserwatora w m :

$$\mathcal{CG}_M = \mathcal{H}_M \Upsilon$$

- a wobec (24), mamy:

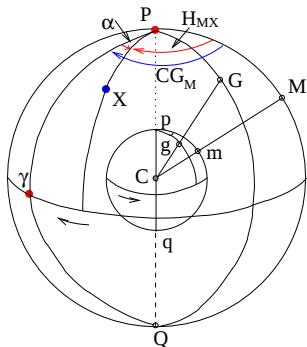
$$\mathcal{CG}_M = \mathcal{CG}_G + \lambda \quad (25)$$

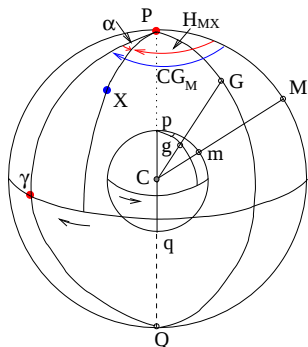
- jednostką czasu gwiazdowego jest **doła gwiazdowa** równa interwałowi czasu między dwiema kulminacjami górnymi punktu równonocy wiosennej Υ .



Czas gwiazdowy jest znakomitym łącznikiem między rektascensją i kątem godzinnym obiektu.

- gwiazda X o rektascensji $\mathcal{R}A_X = \alpha$, względem obserwatora w m ma kąt godzinny $MPX = \mathcal{H}_{MX}$.
- z rysunku widzimy, że:





Czas gwiazdowy jest znakomitym łącznikiem między rektascensją i kątem godzinnym obiektu.

- gwiazda X o rektascensji $\mathcal{R}A_X = \alpha$, względem obserwatora w m ma kąt godzinny $MPX = \mathcal{H}_{MX}$.
- z rysunku widzimy, że:

$$\mathcal{CG}_M = \mathcal{H}_{MX} + \mathcal{RA}_X \quad (26)$$

- Równanie (26) jest prawdziwe dla dowolnego ciała niebieskiego i dowolnego obserwatora na powierzchni Ziemi i służy do przemiany (transformacji) współrzędnych godzinnych w równikowe i odwrotnie.

Prawdziwy czas słoneczny (1)

- Skala czasu określona za pomocą kąta godzinnego punktu barana Υ , aczkolwiek bardzo regularna i przydatna w wielu zastosowaniach, nie nadaje się do regulacji działalności człowieka,
- czas cywilny powinien zależeć od kąta godzinnego Słońca, obiektu towarzyszącego człowiekowi w życiu codziennym,
- koncepcję czasu opartą o obserwacje Słońca nazwano czasem słonecznym, jej podstawową jednostkę **dobę słoneczną** zdefiniowano jako interwał pomiędzy dwoma kolejnymi górowaniami Słońca na południku obserwatora,
- w skali czasu słonecznego mierzony jest kąt godzinny Słońca (ściśle środek jego tarczy), stąd mówimy o czasie **słonecznym prawdziwym**.

Prawdziwy czas słoneczny (1)

- Skala czasu określona za pomocą kąta godzinnego punktu barana Υ , aczkolwiek bardzo regularna i przydatna w wielu zastosowaniach, nie nadaje się do regulacji działalności człowieka,
- czas cywilny powinien zależeć od kąta godzinnego Słońca, obiektu towarzyszącego człowiekowi w życiu codziennym,
- koncepcję czasu opartą o obserwacje Słońca nazwano czasem słonecznym, jej podstawową jednostkę **dobę słoneczną** zdefiniowano jako interwał pomiędzy dwoma kolejnymi górowaniami Słońca na południku obserwatora,
- w skali czasu słonecznego mierzony jest kąt godzinny Słońca (ściśle środek jego tarczy), stąd mówimy o czasie **słonecznym prawdziwym**.

Prawdziwy czas słoneczny (1)

- Skala czasu określona za pomocą kąta godzinnego punktu barana Υ , aczkolwiek bardzo regularna i przydatna w wielu zastosowaniach, nie nadaje się do regulacji działalności człowieka,
- czas cywilny powinien zależeć od kąta godzinnego Słońca, obiektu towarzyszącego człowiekowi w życiu codziennym,
- koncepcję czasu opartą o obserwacje Słońca nazwano czasem słonecznym, jej podstawową jednostkę **dobę słoneczną** zdefiniowano jako interwał pomiędzy dwoma kolejnymi górowaniami Słońca na południku obserwatora,
- w skali czasu słonecznego mierzony jest kąt godzinny Słońca (ściśle środek jego tarczy), stąd mówimy o czasie **słonecznym prawdziwym**.

Prawdziwy czas słoneczny (1)

- Skala czasu określona za pomocą kąta godzinnego punktu barana Υ , aczkolwiek bardzo regularna i przydatna w wielu zastosowaniach, nie nadaje się do regulacji działalności człowieka,
- czas cywilny powinien zależeć od kąta godzinnego Słońca, obiektu towarzyszącego człowiekowi w życiu codziennym,
- koncepcję czasu opartą o obserwacje Słońca nazwano czasem słonecznym, jej podstawową jednostkę **dobę słoneczną** zdefiniowano jako interwał pomiędzy dwoma kolejnymi górowaniami Słońca na południku obserwatora,
- w skali czasu słonecznego mierzony jest kąt godzinny Słońca (ściśle środek jego tarczy), stąd mówimy o czasie **słonecznym prawdziwym**.

Prawdziwy czas słoneczny (2)

Definicje

- definicja skali czasu słonecznego prawdziwego ma postać

$$\text{Miejscowy prawdziwy czas słoneczny} = 12^h + \mathcal{H}_{M\odot}$$

- dla obserwatora w m czas słoneczny i gwiazdowy wiążą się za pomocą równania (26), w którym Słońce zastępuje punkt X :

$$\text{Miejscowy prawdziwy czas słoneczny} = \mathcal{CG}_M + 12^h - \mathcal{RA}_{\odot} \quad (27)$$

- w interwale jednego roku zwrotnikowego rektascensja Słońca powiększa się o 24^h , i dlatego, w okresie tym liczba dób gwiazdowych jest o jeden większa aniżeli liczba dób słonecznych. ▶ Zauważ!

- Skala prawdziwego czasu słonecznego jest złożeniem ruchu wirowego i orbitalnego Ziemi co ma poważny wpływ na jej regularność.

Prawdziwy czas słoneczny (2)

Definicje

- definicja skali czasu słonecznego prawdziwego ma postać

$$\text{Miejscowy prawdziwy czas słoneczny} = 12^h + \mathcal{H}_{M\odot}$$

- dla obserwatora w m czas słoneczny i gwiazdowy wiążą się za pomocą równania (26), w którym Słońce zastępuje punkt X :

$$\text{Miejscowy prawdziwy czas słoneczny} = \mathcal{CG}_M + 12^h - \mathcal{RA}_{\odot} \quad (27)$$

- w interwale jednego roku zwrotnikowego rektascensja Słońca powiększa się o 24^h , i dlatego, w okresie tym liczba dób gwiazdowych jest o jeden większa niżeli liczba dób słonecznych. ▶ Zm. 1

- Skala prawdziwego czasu słonecznego jest złożeniem ruchu wirowego i orbitalnego Ziemi co ma poważny wpływ na jej regularność.

Prawdziwy czas słoneczny (2)

Definicje

- definicja skali czasu słonecznego prawdziwego ma postać

$$\text{Miejscowy prawdziwy czas słoneczny} = 12^h + \mathcal{H}_{M\odot}$$

- dla obserwatora w m czas słoneczny i gwiazdowy wiążą się za pomocą równania (26), w którym Słońce zastępuje punkt X :

$$\text{Miejscowy prawdziwy czas słoneczny} = \mathcal{CG}_M + 12^h - \mathcal{RA}_{\odot} \quad (27)$$

- w interwale jednego roku zwrotnikowego rektascensja Słońca powiększa się o 24^h , i dlatego, w okresie tym liczba dób gwiazdowych jest o jeden większa aniżeli liczba dób słonecznych. ▶ Zał. 1

- Skala prawdziwego czasu słonecznego jest złożeniem ruchu wirowego i orbitalnego Ziemi co ma poważny wpływ na jej regularność.

Prawdziwy czas słoneczny (2)

Definicje

- definicja skali czasu słonecznego prawdziwego ma postać

$$\text{Miejscowy prawdziwy czas słoneczny} = 12^h + \mathcal{H}_{M\odot}$$

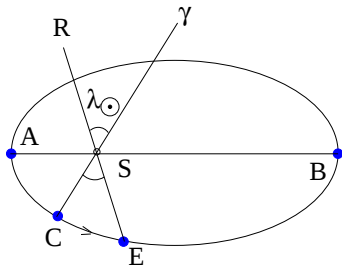
- dla obserwatora w m czas słoneczny i gwiazdowy wiążą się za pomocą równania (26), w którym Słońce zastępuje punkt X :

$$\text{Miejscowy prawdziwy czas słoneczny} = \mathcal{CG}_M + 12^h - \mathcal{RA}_{\odot} \quad (27)$$

- w interwale jednego roku zwrotnikowego rektascensja Słońca powiększa się o 24^h , i dlatego, w okresie tym liczba dób gwiazdowych jest o jeden większa aniżeli liczba dób słonecznych. ▶ Zał. 1

- Skala prawdziwego czasu słonecznego jest złożeniem ruchu wirowego i orbitalnego Ziemi co ma poważny wpływ na jej regularność.

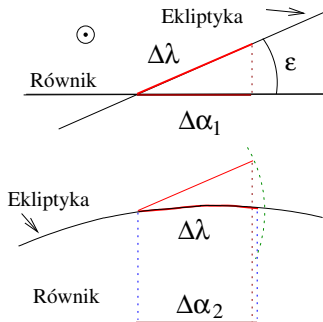
Niejednostajność czasu słonecznego prawdziwego



Nierównomierność skali prawdziwego czasu słonecznego wynika z:

- **niejednostajności kątownego ruchu orbitalnego Ziemi (E);** np. w peryhelium ruch przebiega szybciej niż w aphelium,
- **nachylenia orbity pozornego rocznego ruchu Słońca;** ekliptyka tworzy z równikiem świata kąt ϵ ; rzuty dwóch identycznych łuków na ekliptyce mają na równiku różne długości;
- Oba efekty powodują nierównomierne przyrosty rektascensji Słońca na tyle duże, że wyklucza to wykorzystanie prawdziwego czasu słonecznego do regulacji życia cywilnego mieszkańców Ziemi.

Niejednostajność czasu słonecznego prawdziwego

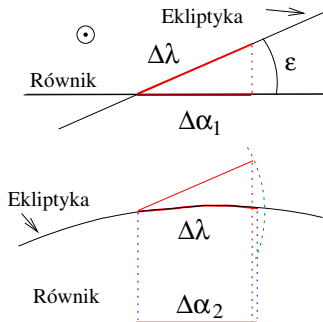


Nierównomierność skali prawdziwego czasu słonecznego wynika z:

- nierówności kątownego ruchu orbitalnego Ziemi (E); np. w peryhelium ruch przebiega szybciej niż w aphelium,
- nachylenia orbity pozornego rocznego ruchu Słońca; ekliptyka tworzy z równikiem świata kąt ε ; rzuty dwóch identycznych łuków na ekliptyce mają na równiku różne długości;

- Oba efekty powodują nierównomierne przyrosty rektascensji Słońca na tyle duże, że wyklucza to wykorzystanie prawdziwego czasu słonecznego do regulacji życia cywilnego mieszkańców Ziemi.

Niejednostajność czasu słonecznego prawdziwego



Nierównomierność skali prawdziwego czasu słonecznego wynika z:

- nierówności kątownego ruchu orbitalnego Ziemi (E); np. w peryhelium ruch przebiega szybciej niż w aphelium,
- nachylenia orbity pozornego rocznego ruchu Słońca; ekliptyka tworzy z równikiem świata kąt ε ; rzuty dwóch identycznych łuków na ekliptyce mają na równiku różne długości;

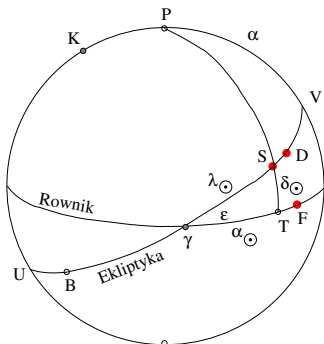
- Oba efekty powodują nierównomierne przyrosty rektascensji Słońca na tyle duże, że wyklucza to wykorzystanie prawdziwego czasu słonecznego do regulacji życia cywilnego mieszkańców Ziemi.

Usuwanie niejednostajności czasu słonecznego prawdziwego (1)

Założenia, definicje

- τ — moment przejścia Ziemi przez aphelium, Słońce jest wówczas w B ,
- $n = 360^\circ / \text{rok}$ — średnia kątowa prędkość Ziemi na orbicie,
- punkt D — **dynamiczne słońce średnie**, fikcyjny obiekt poruszający się po ekliptyce z prędkością n , przez B przechodzi w tej samej chwili co Słońce,
- w chwili t prawdziwe Słońce znajduje się w S a słońce dynamiczne w D , :

$$BD = n(t - \tau)$$



- Pomysł z dynamicznym słońcem usuwa nieregularności w przyrostach długości ekliptycznej. Niestety nie usuwa wpływów nachylenia ekliptyki do równika.

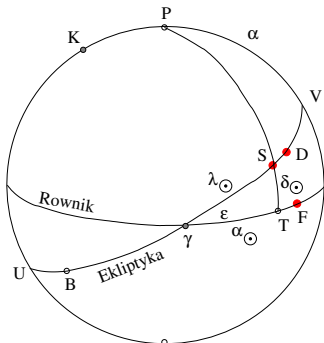
Usuwanie niejednostajności czasu słonecznego prawdziwego (1)

Założenia, definicje

- τ — moment przejścia Ziemi przez aphelium, Słońce jest wówczas w B ,
- $n = 360^\circ/\text{rok}$ — średnia kątowa prędkość Ziemi na orbicie,
- punkt D — **dynamiczne słońce średnie**, fikcyjny obiekt poruszający się po ekliptyce z prędkością n , przez B przechodzi w tej samej chwili co Słońce,
- w chwili t prawdziwe Słońce znajduje się w S a słońce dynamiczne w D , :

$$BD = n(t - \tau)$$

- Pomysł z dynamicznym słońcem usuwa nieregularności w przyrostach długości ekliptycznej. Niestety nie usuwa wpływów nachylenia ekliptyki do równika.



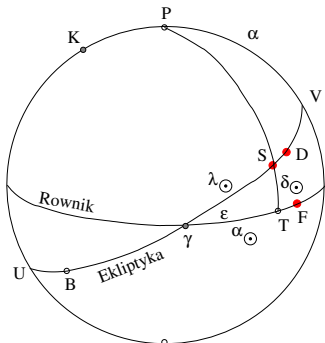
References

Usuwanie niejednostajności czasu słonecznego prawdziwego (1)

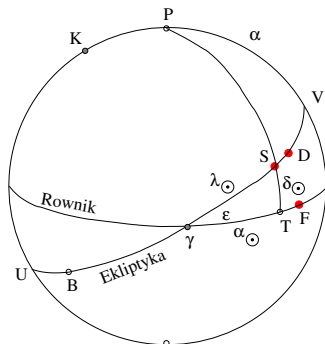
Założenia, definicje

- τ — moment przejścia Ziemi przez aphelium, Słońce jest wówczas w B ,
- $n = 360^\circ / \text{rok}$ — średnia kątowa prędkość Ziemi na orbicie,
- punkt D — **dynamiczne słońce średnie**, fikcyjny obiekt poruszający się po ekliptyce z prędkością n , przez B przechodzi w tej samej chwili co Słońce,
- w chwili t prawdziwe Słońce znajduje się w S a słońce dynamiczne w D , :

$$BD = n(t - \tau)$$



- Pomysł z dynamicznym słońcem usuwa nieregularności w przyrostach długości ekliptycznej. Niestety nie usuwa wpływów nachylenia ekliptyki do równika.



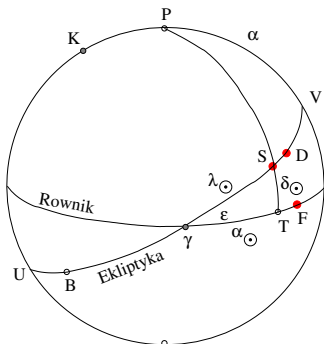
- punkt F — fikcyjne słońce średnie, porusza się po równiku ze stałą prędkością n , przechodzi przez punkty równonocy jednocześnie ze słońcem dynamicznym,
- w momencie t , fikcyjne słońce znajduje się w F , wówczas na mocy definicji obu słońc:

Usuwanie niejednostajności czasu słonecznego prawdziwego (2)

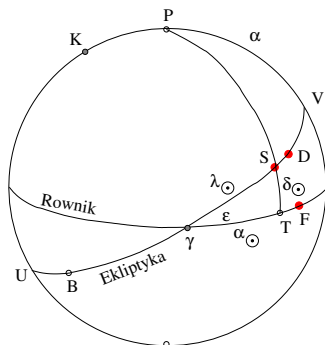
Założenia, definicje

- punkt F — **fikcyjne słońce średnie**, porusza się po równiku ze stałą prędkością n , przechodzi przez punkty równonocy jednocześnie ze słońcem dynamicznym,
- w momencie t , fikcyjne słońce znajduje się w F , wówczas na mocy definicji obu słońc:

$$\gamma F = \gamma D$$



- Fikcyjne słońce średnie jest punktem o jednostajnie zmieniającej się rektascensji, zatem, nadaje się do realizacji skali czasu słonecznego średniego pozbawionej zasadniczych nieregularności.



- punkt F — fikcyjne słońce średnie, porusza się po równiku ze stałą prędkością n , przechodzi przez punkty równonocy jednocześnie ze słońcem dynamicznym,
- w momencie t , fikcyjne słońce znajduje się w F , wówczas na mocy definicji obu słońc:

- Fikcyjne słońce średnie jest punktem o jednostajnie zmieniającej się rektascensji, zatem, nadaje się do realizacji skali czasu słonecznego średniego pozbawionej zasadniczych nieregularności. ▶ Zał. 2

Średni czas słoneczny (1)

Definicja

- Skala czasu **słonecznego średniego**:

$$\text{Miejscowy sredni czas sloneczny} = 12^h + \mathcal{H}_{MS\odot}$$

gdzie $\mathcal{H}_{MS\odot}$ jest kątem godzinnym słońca średniego w danym miejscu obserwacji,

- podobnie do (27), czas gwiazdowy i czas średni słoneczny związane są zależnością:

$$\text{Miejscowy sredni czas sloneczny} = \mathcal{CG}_M + 12^h - \mathcal{RA}_{S\odot} \quad (28)$$

gdzie $\mathcal{RA}_{S\odot}$ jest rektascensją słońca średniego,

Średni czas słoneczny (1)

Definicja

- Skala czasu **słonecznego średniego**:

$$\text{Miejscowy sredni czas sloneczny} = 12^h + \mathcal{H}_{MS\odot}$$

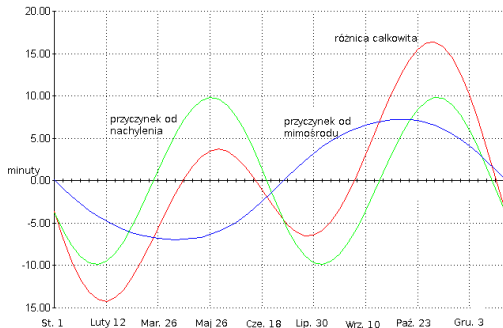
gdzie $\mathcal{H}_{MS\odot}$ jest kątem godzinnym słońca średniego w danym miejscu obserwacji,

- podobnie do (27), czas gwiazdowy i czas średni słoneczny związane są zależnością:

$$\text{Miejscowy sredni czas sloneczny} = \mathcal{CG}_M + 12^h - \mathcal{RA}_{S\odot} \quad (28)$$

gdzie $\mathcal{RA}_{S\odot}$ jest rektascensją słońca średniego,

Średni czas słoneczny (2)



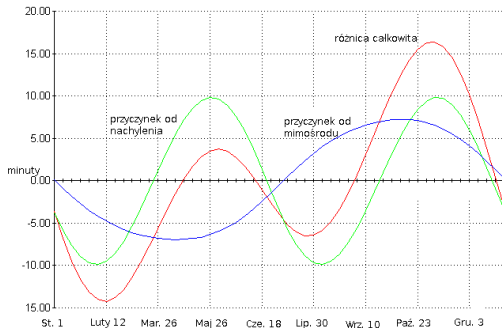
Definicja

Różnica między czasem słonecznym prawdziwym i średnim nosi nazwę **równania czasu**. Za pomocą równań (27) i (28) można ją przedstawić jako

$$R.\text{czasu} = \mathcal{RA}_{S\odot} - \mathcal{RA}_{\odot} \quad (29)$$

Różnica (29) zmienia się w złożony sposób osiągając w maksimum wartość około 17 minut, co uzasadnia potrzebę wprowadzenia czasu średniego.

Średni czas słoneczny (2)



Definicja

Różnica między czasem słonecznym prawdziwym i średnim nosi nazwę **równania czasu**. Za pomocą równań (27) i (28) można ją przedstawić jako

$$R.\text{czasu} = \mathcal{RA}_{S\odot} - \mathcal{RA}_{\odot} \quad (29)$$

Różnica (29) zmienia się w złożony sposób osiągając w maksimum wartość około 17 minut, co uzasadnia potrzebę wprowadzenia czasu średniego.

Czas uniwersalny UT



Definicja

- Czas średni słoneczny dla południka Greenwich nazwano **czasem uniwersalnym (UT)**,
- dla obserwatora w miejscu o wschodniej długości geograficznej λ , będzie:

$$\text{Miejsc. sr. czas słoneczny} = UT + \lambda \quad (30)$$

Czas uniwersalny UT



Definicja

- Czas średni słoneczny dla południka Greenwich nazwano **czasem uniwersalnym** (*UT*),
- dla obserwatora w miejscu o wschodniej długości geograficznej λ , będzie:

$$\text{Miejsc. sr. czas słoneczny} = UT + \lambda \quad (30)$$

Czas strefowy

Definicja

- Miejscowy czas słoneczny jest skalą czasu lokalną, określoną dla otoczenia jednego południka. Tymczasem w życiu codziennym wymagana jest synchronizacja czasu na dużym obszarze,
- dlatego ziemski glob podzielono na strefy czasowe o szerokości 15° oddzielone od siebie tzw. południkami standardowymi,
- wewnątrz każdej strefy obowiązuje ten sam czas słoneczny średni środkowego południka strefy zwany **czasem strefowym**:

$$\text{Czas strefowy} = UT + \lambda_S \quad (31)$$

gdzie λ_S jest wschodnią długością standardowego południka danej strefy.

- ponieważ południki standardowe rozmieszczone są równomiernie co 15° w długości, dlatego pomiędzy dwiema sąsiednimi strefami różnica czasu wynosi zawsze jedną godzinę.

Czas strefowy

Definicja

- Miejscowy czas słoneczny jest skalą czasu lokalną, określoną dla otoczenia jednego południka. Tymczasem w życiu codziennym wymagana jest synchronizacja czasu na dużym obszarze,
- dlatego ziemski glob podzielono na strefy czasowe o szerokości 15° oddzielone od siebie tzw. południkami standardowymi,
- wewnątrz każdej strefy obowiązuje ten sam czas słoneczny średni środkowego południka strefy zwany **czasem strefowym**:

$$\text{Czas strefowy} = UT + \lambda_S \quad (31)$$

gdzie λ_S jest wschodnią długością standardowego południka danej strefy.

- ponieważ południki standardowe rozmieszczone są równomiernie co 15° w długości, dlatego pomiędzy dwiema sąsiednimi strefami różnica czasu wynosi zawsze jedną godzinę.

Czas strefowy

Definicja

- Miejscowy czas słoneczny jest skalą czasu lokalną, określoną dla otoczenia jednego południka. Tymczasem w życiu codziennym wymagana jest synchronizacja czasu na dużym obszarze,
- dlatego ziemski glob podzielono na strefy czasowe o szerokości 15° oddzielone od siebie tzw. południkami standardowymi,
- wewnątrz każdej strefy obowiązuje ten sam czas słoneczny średni środkowego południka strefy zwany **czasem strefowym**:

$$\text{Czas strefowy} = UT + \lambda_S \quad (31)$$

gdzie λ_S jest wschodnią długością standardowego południka danej strefy.

- ponieważ południki standardowe rozmieszczone są równomiernie co 15° w długości, dlatego pomiędzy dwiema sąsiednimi strefami różnica czasu wynosi zawsze jedną godzinę.

Czas strefowy

Definicja

- Miejscowy czas słoneczny jest skalą czasu lokalną, określoną dla otoczenia jednego południka. Tymczasem w życiu codziennym wymagana jest synchronizacja czasu na dużym obszarze,
- dlatego ziemski glob podzielono na strefy czasowe o szerokości 15° oddzielone od siebie tzw. południkami standardowymi,
- wewnątrz każdej strefy obowiązuje ten sam czas słoneczny średni środkowego południka strefy zwany **czasem strefowym**:

$$\text{Czas strefowy} = UT + \lambda_S \quad (31)$$

gdzie λ_S jest wschodnią długością standardowego południka danej strefy.

- ponieważ południki standardowe rozmieszczone są równomiernie co 15° w długości, dlatego pomiędzy dwiema sąsiednimi strefami różnica czasu wynosi zawsze jedną godzinę.

Part VI

Wektorowe transformacje współrzędnych

8

Wektorowe transformacje współrzędnych.

- Macierze obrotów.
- Kąty Eulera.
- Macierze odbić lustrzanych.
- Transformacja współrzędnych prostokątnych i sferycznych.
- Współrzędne ekliptyczne i równikowe
- Współrzędne horyzontalne i godzinne
- Współrzędne godzinne i równikowe

Transformacje współrzędnych. Wstęp.

Układy współrzędnych prostokątnych przedstawiamy za pomocą trójek $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, ujętych w macierzy $\mathbf{R} = [\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}]$ zwanej triadą.

Wzajemna ortogonalność wektorów $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ pociąga ortogonalność triady $\mathbf{R}$, co objawia się własnością $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}$, gdzie $\mathbf{I}$ jest macierzą jednostkową.

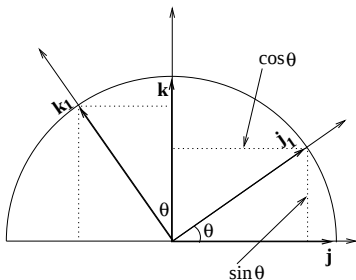
Składowe tego samego wektora $\mathbf{a}$ mogą być wyznaczone w różnych układach współrzędnych, czyli względem różnych triad, np. $\mathbf{R}$ i $\mathbf{P}$:

$$\mathbf{a} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Mnożąc (32) lewostronnie przez $\mathbf{R}^T$ widzimy, że:

$$\mathbf{R}^T \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \mathbf{R}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Zatem transformacja składowych $[\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]$ w składowe $[a_1, a_2, a_3]$ może być dokonana za pośrednictwem iloczynu macierzy $\mathbf{R}^T \mathbf{P}$, a transformacja odwrotna za pomocą $\mathbf{P}^T \mathbf{R}$.

Macierz obrotu wokół osi X (1).

Wyprowadzenie

Interesuje nas przeliczenie współrzędnych z układu zdefiniowanego triadą $\mathbf{R} = [\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}]$ do układu danego triadą $\mathbf{R}_1 = [\mathbf{i}, \mathbf{j}_1, \mathbf{k}_1]$. Ponieważ oba układy różnią się jedynie o dodatni obrót o kąt θ wokół osi $\mathbf{i}$, stąd, składowe triady $\mathbf{R}_1$ obliczymy za pomocą składowych triady $\mathbf{R}$:

$$\mathbf{i}_1 = \mathbf{i}$$

$$\mathbf{j}_1 = (\cos \theta)\mathbf{j} + (\sin \theta)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{k}_1 = (-\sin \theta)\mathbf{j} + (\cos \theta)\mathbf{k}$$

W postaci dogodnej do umacierzowania:

$$\mathbf{i}_1 = 1\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$

$$\mathbf{j}_1 = 0\mathbf{i} + (\cos \theta)\mathbf{j} + (\sin \theta)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{k}_1 = 0\mathbf{i} + (-\sin \theta)\mathbf{j} + (\cos \theta)\mathbf{k}$$

Macierz obrotu wokół osi X (2).

Wyprowadzenie cd

Zatem triadę $\mathbf{R}_1$ możemy przedstawić jako iloczyn macierzowy:

$$\mathbf{R}_1 = [\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1, \mathbf{k}_1] = \mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Poszukiwana transformacja $\mathbf{R}_1^T \mathbf{R}$ ma postać:

$$\mathbf{R}_1^T \mathbf{R} = \left[\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \right]^T \cdot \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$



Macierz obrotu wokół osi X , Y , Z .

Wniosek

Jeśli dwa układy różnią się tylko transformacją obrotu wokół osi X o dodatni kąt θ , to współrzędne $[x_1, y_1, z_1]^T$ (składowe wektora) względem układu obróconego uzyskamy ze współrzędnych $[x, y, z]^T$ względem układu nieobróconego za pomocą:

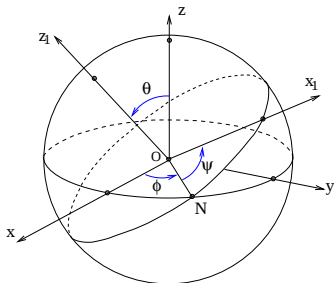
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \mathbf{p}(\theta) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\mathbf{p}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (35)$$

Dla układów różniących się obrotami o dodatni kąt θ wokół osi Y i Z , odpowiednie macierze transformacyjne $\mathbf{q}(\theta)$ i $\mathbf{r}(\theta)$ mają postać:

$$\mathbf{q}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Kąty Eulera.



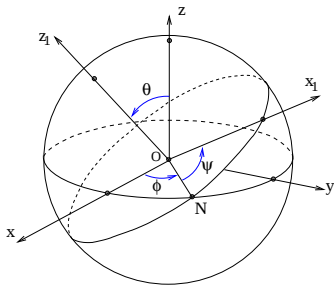
Definicja

Dwa układy współrzędnych zorientowano względem siebie tak, że żadna para osi tych układów nie jest do siebie wzajemnie równoległa.

Jest to najbardziej ogólny przypadek orientacji układów, określonej za pomocą trzech kątów Eulera:

- kąt θ zawarty pomiędzy osiami Z i Z_1 obu układów,
- kąt ϕ zawarty pomiędzy osią X i linią ON przecięcia płaszczyzn $X-Y$, X_1-Y_1 obu układów,
- kąt ψ pomiędzy osią X_1 i linią ON , liczony jako dodatni od linii ON do osi X_1 .

Transformacja współrzędnych z wykorzystaniem kątów Eulera.



Definicja

Transformacja współrzędnych $[x, y, z]^T$ we współrzędne $[x_1, y_1, z_1]^T$, jest złożeniem trzech obrotów

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \mathbf{r}(\psi)\mathbf{p}(\theta)\mathbf{r}(\phi) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (37)$$

Jeśli mamy do dyspozycji kąty Eulera określające wzajemną orientację dwóch układów współrzędnych kartezjańskich, to transformacja pomiędzy współrzędnymi z tych układów zawsze będzie miała postać (37).

Macierze odbić lustrzanych.

Definicja

Macierz transformacyjna dla układów różniących się jedynie skrętnością (przypadek układów lewo i prawoskrętnych) jest macierzą modyfikującą wyłącznie współrzędną Y-ową (lustrzane odbicie względem płaszczyzny $X - Z$), ma ona postać:

$$\mathbf{M}_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Niekiedy korzystnym będzie zastosowanie macierzy $\mathbf{M}_x$ lustrzanego odbicia względem płaszczyzny $Y - Z$, w wyniku której uzyskamy zmianę znaku współrzędnej X-owej.

$$\mathbf{M}_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Przemiana współrzędnych prostokątnych i sferycznych.

Definicja

W celu praktycznego zastosowania formuł podanych wyżej musimy dysponować wzorami umożliwiającymi przeliczenia współrzędnych sferycznych na współrzędne prostokątne i odwrotnie.

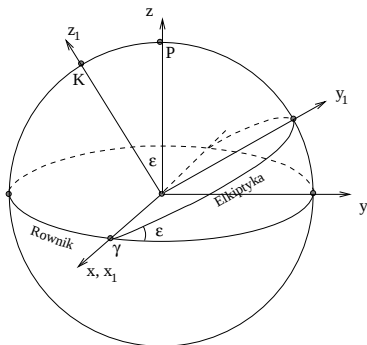
Jeśli dane są (u, v) położenia ciała niebieskiego, gdzie u jest współrzędną azymutalną a v jest dopełnieniem do 90° odległości biegunowej, to odpowiadające im prostokątne składowe wektora położenia tego ciała wyliczamy za pomocą wzorów:

$$\begin{aligned}x &= \cos u \cos v \\y &= \sin u \cos v \\z &= \sin v\end{aligned}\tag{40}$$

Zależności odwrotne mają postać:

$$\begin{aligned}v &= \arcsin z \\u &= \arctan \frac{y}{x}\end{aligned}\tag{41}$$

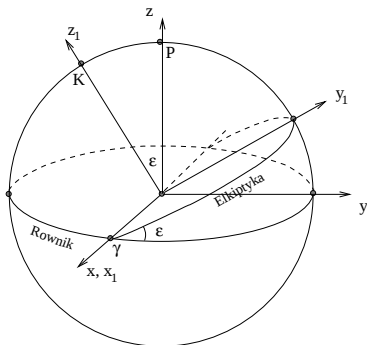
przy czym w celu ustalenia właściwej ćwiartki kąta u musimy zastosować stosowną procedurę normującą.



Definicje

- Transformacja $(\alpha, \delta) \rightarrow (\lambda, \beta)$:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}_{\lambda, \beta} = \mathbf{p}(\varepsilon) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} \quad (42)$$



Definicje

- Transformacja $(\alpha, \delta) \rightarrow (\lambda, \beta)$:

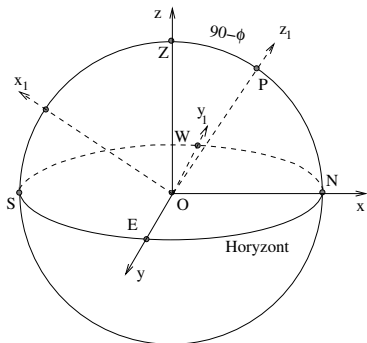
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}_{\lambda, \beta} = \mathbf{p}(\varepsilon) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} \quad (42)$$

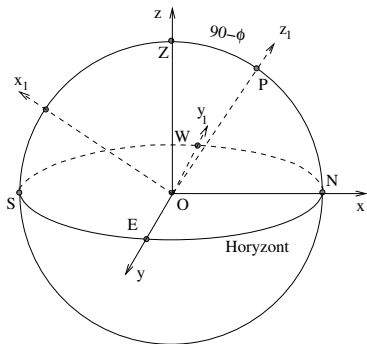
- transformacja odwrotna:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} = \mathbf{p}(-\varepsilon) \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}_{\lambda, \beta} \quad (43)$$

Definicje

- $$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}_{\mathcal{H},\delta} = \mathbf{q}(\phi-90^\circ)\mathbf{r}(180^\circ) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A,h} \quad (44)$$



Przemiana współrzędnych (A, h) i $(\mathcal{H}, \delta)$.

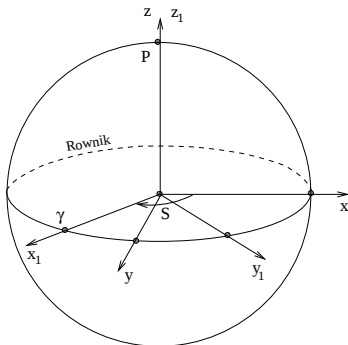
Definicje

- Transformacja $(A, h) \rightarrow (\mathcal{H}, \delta)$:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}_{\mathcal{H}, \delta} = \mathbf{q}(\phi - 90^\circ) \mathbf{r}(180^\circ) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, h} \quad (44)$$

- transformacją odwrotną będzie:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, h} = \mathbf{r}(-180^\circ) \mathbf{q}(90^\circ - \phi) \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}_{\mathcal{H}, \delta} \quad (45)$$

Przemiana współrzędnych $(\mathcal{H}, \delta)$ i (α, δ) .

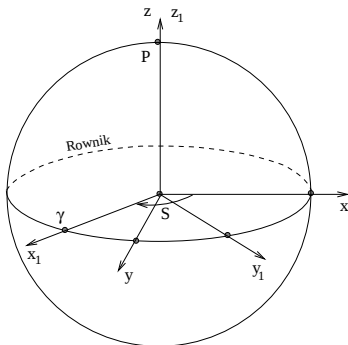
Definicje

- Transformacja $(\mathcal{H}, \delta) \rightarrow (\alpha, \delta)$:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} = \mathbf{r}(-S) \mathbf{M}_y \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\mathcal{H}, \delta} \quad (46)$$

- transformacja odwrotna ma postać:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\mathcal{H}, \delta} = \mathbf{M}_y \mathbf{r}(S) \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} \quad (47)$$

Przemiana współrzędnych $(\mathcal{H}, \delta)$ i (α, δ) .

Definicje

- Transformacja $(\mathcal{H}, \delta) \rightarrow (\alpha, \delta)$:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} = \mathbf{r}(-S) \mathbf{M}_y \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\mathcal{H}, \delta} \quad (46)$$

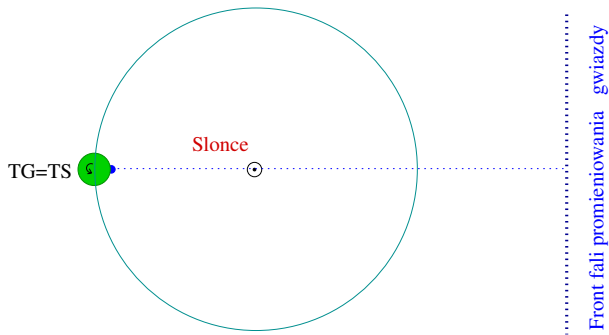
- transformacja odwrotna ma postać:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\mathcal{H}, \delta} = \mathbf{M}_y \mathbf{r}(S) \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} \quad (47)$$



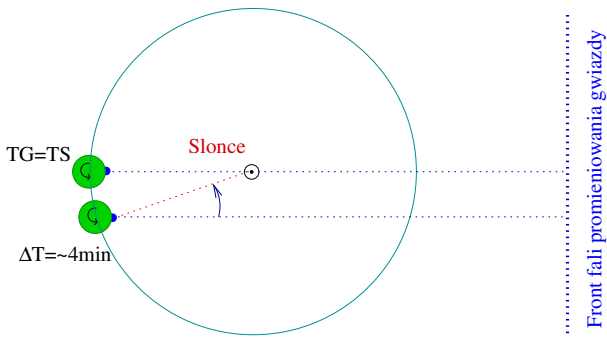
Powrót





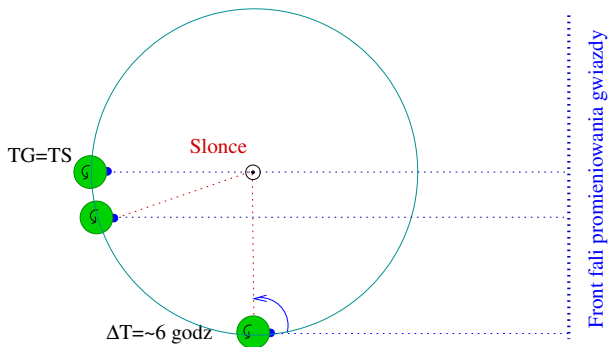
Ilustracja narastania różnicy wskazań czasu obserwowanego za pomocą słońca i gwiazd.

[Powrót](#)



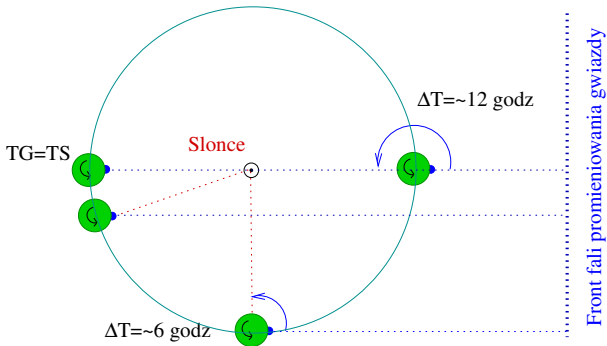
Ilustracja narastania różnicy wskazań czasu obserwowanego za pomocą słońca i gwiazd.

Powrót



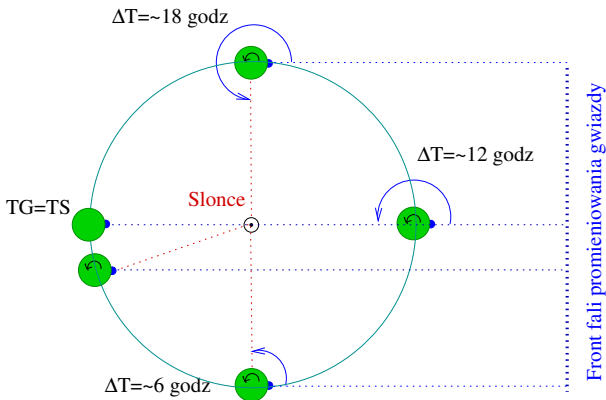
Ilustracja narastania różnicy wskazań czasu obserwowanego za pomocą słońca i gwiazd.

Powrót



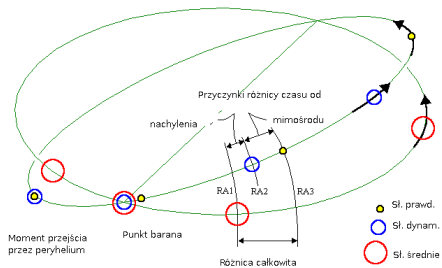
Ilustracja narastania różnicy wskazań czasu obserwowanego za pomocą słońca i gwiazd.

Powrót



Ilustracja narastania różnicy wskazań czasu obserwowanego za pomocą słońca i gwiazd.

Powrót



Powrót

